Exercice 6
AJUSTEMENT DES PRECIPITATIONS ANNUELLES A LA LOI DE GAUSS.

Soient les données de la précipitation annuelle P_{an} enregistrée à la station du Barrage de Ghrib (011405) dans le bassin versant de l'Oued Cheliff sur une période d'observations de 60 années (Tableau 6.1), on demande :

1. Faire l'ajustement des pluies annuelles à loi normale (loi de Gauss) ;
2. Tester l'adéquation de la loi par le test de Pearson du (χ^2) ;
3. Tester l'adéquation de la loi par le test d'Anderson (W_n^2) ;
4. Calculer les quantiles de période de retour 10, 50 et 100 ans ;
5. Calculer les intervalles de confiance sur la moyenne, l'écart type et la précipitation de période de retour 10 ans.

Données

Tableau 6.1. Précipitations annuelles

Année	P_{an} (mm)	Année	P_{an} (mm)	Année	P_{an} (mm)
1946/47	491,6	1968/69	378,2	1991/92	508,4
1947/48	599,8	1969/70	516,0	1992/93	305,0
1948/49	591,7	1970/71	362,2	1993/94	251,1
1949/50	464,5	1971/72	630,5	1994/95	483,5
1950/51	632,6	1972/73	620,1	1995/96	676,9
1951/52	868,3	1973/74	541,0	1996/97	331,5
1952/53	519,7	1974/75	564,4	1997/98	457,3
1953/54	683,9	1976/76	409,2	1998/99	433,8
1954/55	552,1	1978/79	457,7	1999/00	237,5
1955/56	562,4	1979/80	604,4	2000/01	494,0
1956/57	471,0	1980/81	429,2	2001/02	246,0
1957/58	805,2	1981/82	422,0	2002/03	555,7
1958/59	510,4	1982/83	405,2	2003/04	524,1
1959/60	751,3	1984/85	595,1	2004/05	367,6
1960/61	445,6	1985/86	498,5	2005/06	446,2
1961/62	625,8	1986/87	544,8	2006/07	454,5
1962/63	570,2	1987/88	330,6	2008/09	576,3
1963/64	419,4	1988/89	467,6	2009/10	503,1
1965/66	365,7	1989/90	316,7	2010/11	779,3
1966/67	485,9	1990/91	390,7	2011/12	623,3

NB : *Les années 1964, 1967, 1975, 1977, 1983 et 2007, comportent des lacunes et n'ont pas été prises en considération.*

Corrigé :

Quelle que soit la série du cumul de la précipitation annuelle à ajuster, il est nécessaire de vérifier son homogénéité par un test approprié, pour éviter toute interprétation fausse par rapport au résultat trouvé.

Rappel : La fonction de répartition de la loi normale est donnée par l'expression 6.1.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad \text{(fréquence au non dépassement). (6.1)}$$

Elle est tabulée en fonction (u) où (u) représente la variable réduite de Gauss qui est égal à : $u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ (6.2)

Avec :

$\bar{x}$: moyenne arithmétique de la série et σ : écart type de la série

La transformation $x = \bar{x} + \sigma u$ est l'équation de la droite de Henry ajustant les données initiales à la loi de Gauss.

Procédé :

- calculer les caractéristiques empiriques de l'échantillon à savoir : moyenne, écart type ;
- classer les valeurs de la série par ordre croissant ou décroissant (fréquence au non dépassement ou au dépassement) ;
- affecter un numéro d'ordre **m** aux valeurs classées ;
- calculer la fréquence expérimentale par une formule empirique ; pour les lois à 2 paramètres, cas de la loi de Gauss, la formule de Hazen est appliquée F(x) = (m-0,5)/n ; **m** étant le numéro d'ordre et **n** la taille de la série.
- reporter les valeurs observées sur papier à échelle Gaussienne soit : P_{an} = f[F(x)] ou en absence de papier Gauss, travailler avec la variable réduite **u** avec **:**

$$P_{an} = f(u) \qquad \text{où} \qquad u = \frac{P_{an} - \bar{P}_{an}}{\sigma} \qquad (6.3)$$

- tracer la droite de Henri ; $P_{an} = \bar{P}_{an} + \sigma . u$
- tester l'adéquation de la loi d'ajustement en appliquant le test de Pearson (Khi²) et le test d'Anderson
- calculer la valeur extrême (quantile), c'est à dire la valeur correspondante à une probabilité donnée ;

- calculer l'intervalle de confiance à 95% sur les caractéristiques empiriques (moyenne et écart type) de la série et sur la précipitation de période de retour 10 ans.

1. **<u>Ajustement des pluies annuelles à la loi normale</u>**

Les caractéristiques empiriques de la série pluviométrique sont :

Moyenne = $\overline{P}_{an}$ = 502,61 mm et Ecart type = σ = 132,93 mm

Le tableau 6.2 résume les résultats.

<u>Exemple</u> :

Pour F(x) = **0,025 ;** Il faut chercher $\mathbf{u_{exp}}$ sur la table. Celle-ci est donnée en annexe 1, elle est définie pour les valeurs supérieures de F(x) supérieures à 0,5 ou pour des valeurs positives de u. Il faut chercher le complément de F(x) pour avoir le $\mathbf{u_{exp}}$.

Soit : F(x)= 1-0,025 = 0,975 d'où $\mathbf{u_{exp}}$ =-1,96.

Renouveler le calcul pour toutes les fréquences expérimentales.

La représentation graphique est en figure 6.1.

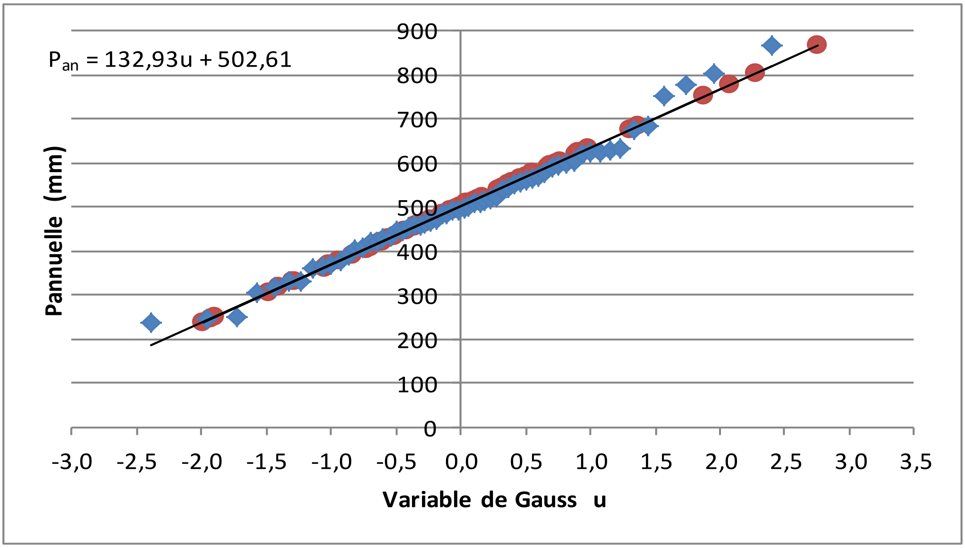

Fig.6.1. Ajustement à la loi de Gauss

L'équation de la droite de Henry est :

$$\mathbf{P_{an} = 502,61 + 132,93\ u} \qquad (6.4)$$

Tableau 6.2. Calcul de la variable $\mathbf{u_{exp}}$ **et** $\mathbf{u_{théo}}$

m	P_{an} Classées	F(x)	u_{exp}	$u_{théo}$	m	P_{an} Classées	F(x)	u_{exp}	$u_{théo}$
1	237,5	0,0083	-2,3940	-1,99	31	498,5	0,5083	0,0209	-0,03
2	246,0	0,0250	-1,9600	-1,93	32	503,1	0,5250	0,0627	0,00
3	251,1	0,0417	-1,7317	-1,89	33	508,4	0,5417	0,1046	0,04
4	305,0	0,0583	-1,5689	-1,49	34	510,4	0,5583	0,1467	0,06
5	316,7	0,0750	-1,4395	-1,40	35	516,0	0,5750	0,1891	0,10
6	330,6	0,0917	-1,3306	-1,29	36	519,7	0,5917	0,2318	0,13
7	331,5	0,1083	-1,2354	-1,29	37	524,1	0,6083	0,2750	0,16
8	362,2	0,1250	-1,1503	-1,06	38	541,0	0,6250	0,3186	0,29
9	365,7	0,1417	-1,0729	-1,03	39	544,8	0,6417	0,3629	0,32
10	367,6	0,1583	-1,0013	-1,02	40	552,1	0,6583	0,4079	0,37
11	378,2	0,1750	-0,9346	-0,94	41	555,7	0,6750	0,4538	0,40
12	390,7	0,1917	-0,8718	-0,84	42	562,4	0,6917	0,5006	0,45
13	405,2	0,2083	-0,8122	-0,73	43	564,4	0,7083	0,5485	0,46
14	409,2	0,2250	-0,7554	-0,70	44	570,2	0,7250	0,5978	0,51
15	419,4	0,2417	-0,7010	-0,63	45	576,3	0,7417	0,6485	0,55
16	422,0	0,2583	-0,6485	-0,61	46	591,7	0,7583	0,7010	0,67
17	429,2	0,2750	-0,5978	-0,55	47	595,1	0,7750	0,7554	0,70
18	433,8	0,2917	-0,5485	-0,52	48	599,8	0,7917	0,8122	0,73
19	445,6	0,3083	-0,5006	-0,43	49	604,4	0,8083	0,8718	0,77
20	446,2	0,3250	-0,4538	-0,42	50	620,1	0,8250	0,9346	0,88
21	454,5	0,3417	-0,4079	-0,36	51	623,3	0,8417	1,0013	0,91
22	457,3	0,3583	-0,3629	-0,34	52	625,8	0,8583	1,0729	0,93
23	457,7	0,3750	-0,3186	-0,34	53	630,5	0,8750	1,1503	0,96
24	464,5	0,3917	-0,2750	-0,29	54	632,6	0,8917	1,2354	0,98
25	467,6	0,4083	-0,2318	-0,26	55	676,9	0,9083	1,3306	1,31
26	471,0	0,4250	-0,1891	-0,24	56	683,9	0,9250	1,4395	1,36
27	483,5	0,4417	-0,1467	-0,14	57	751,3	0,9417	1,5689	1,87
28	485,9	0,4583	-0,1046	-0,13	58	779,3	0,9583	1,7317	2,08
29	491,6	0,4750	-0,0627	-0,08	59	805,2	0,9750	1,9600	2,28
30	494,0	0,4917	-0,0209	-0,07	60	868,3	0,9917	2,3940	2,75

$\mathbf{u_{expérimental}} = \mathbf{u_{exp}}$ est tiré de la table réduite de Gauss pour une fréquence expérimentale donnée (Annexe 1).

$\mathbf{u_{théorique}} = \mathbf{u_{théo}}$ est la variable réduite de Gauss = $\dfrac{P_{an} - \overline{P}_{an}}{\sigma}$

2. Application du test d'adéquation : Test de Pearson à la loi de Gauss

Ce test consiste à vérifier si la série des pluies annuelles s'ajustent à la loi de Gauss.

Rappel : Lorsqu'on a procédé à un ajustement d'une loi de probabilité théorique, le problème qui se pose est de savoir si cette loi s'adapte à la série observée. L'examen graphique ne peut suffire, il faut pouvoir tester par le calcul, la qualité de l'ajustement réalisé. Ce test d'adéquation consiste à prendre une règle de décision concernant la validité d'une hypothèse relative à l'accord global d'une distribution empirique avec une distribution théorique spécifiée à priori ou ajustée sur les observations.

Les conditions d'utilisation du test sont les suivantes :

- un échantillon aléatoire tiré dans une population *A* inconnue d'où sont prélevées **n** observations indépendantes réparties en **K** classes ;
- Choix d'un type de loi de distribution théorique de référence (P) dont les paramètres peuvent être fixés à priori ou bien estimés par une méthode efficace.

Statistique **Khi²** : Comme critère de comparaison, la variable **χ^2 (Khi²)** est utilisée pour un risque $\alpha = 5\%$ et un nombre de degré de liberté$\boldsymbol{\gamma}$.

$$\boldsymbol{\gamma = K - 1 - m},$$

Avec :

K : nombre de classes

m : nombre de paramètres de la loi (pour la loi de Gauss, m=2)

χ^2 (Khi²) est donné par l'expression 6.5.

$$\chi^2 = \sum_{1=1}^{k} \frac{(n_i - \mu_i)^2}{\mu_i} \qquad (6.5)$$

où : n_i : nombre d'observations contenues dans la classe *i*

μ_i : nombre d'observations théoriques calculés dans la classe i. Ce nombre doit être supérieur ou égal à 5.

χ^2 : variable aléatoire variant de 0 à ∞.

On pose l'hypothèse nulle H_o : Est-ce que la loi de distribution de fréquence théorique *P* ajuste la courbe ou droite expérimentale *F* ?

$H_o : P = F$ contre $H_1 : P \neq F$

Pour que P = F soit vérifiée, il faut que : $\chi^2_{\text{calculée}} < \chi^2_{\text{théorique}}$ Soit

$$\sum_{1=1}^{k} \frac{(n_i - \mu_i)^2}{\mu_i} < \chi^2_{(1-\alpha)_\gamma} \qquad (6.6)$$

n_i : nombre d'observations dans la classe i

μ_i : nombre de valeurs théoriques devant être dans la classe i

Une autre interprétation du $\chi^2_{\text{calculée}}$ peut être faite :

Si, $\chi^2_{\text{calculée}} = 0$: c'est-à-dire si le nombre de valeurs observées est égal au nombre de valeurs théoriques, l'ajustement est parfait et la loi théorique suit exactement la répartition des fréquences.

Si, $P(\chi^2_{\text{calculée}}) > 5\%$, l'ajustement est à considérer

Si, $P(\chi^2_{\text{calculée}}) < 1\%$, l'ajustement est à rejeter, la loi considérée n'est pas adéquate.

Si $1\% < P(\chi^2_{\text{calculée}}) < 5\%$, on ne peut rien conclure, il faut refaire le calcul en modifiant le nombre de classes.

Revenons à l'exercice :

Pour vérifier l'adéquation, il faut calculer $\chi^2_{\text{calculée}}$, de ce fait :

- Diviser la série en K classes, chaque classe contient au moins 5 valeurs ;
- Calculer la statistique de Pearson Khi² ($\chi^2_{\text{calculée}}$) (Tableau 6. 3).

Tableau 6.3. Calcul du Khi²

Classe k_i	x_1	x_2	n_i	u_1	u_2	$F(u_1)$	$F(u_2)$	$F(u_2)-F(u_1)=P_i$	nP_i	n_i-nPi	$(n_i-nP_i)^2$	$(n_i-nP_i)^2/nP_i$
1	237,5	330,6	6	-1,99	-1,29	0,0234	0,0987	0,0754	4,52	1,48	2,18	0,48
2	331,5	390,7	6	-1,29	-0,84	0,0999	0,2013	0,1014	6,08	-0,08	0,01	0,00
3	405,2	433,8	6	-0,73	-0,52	0,2334	0,3041	0,0707	4,24	1,76	3,09	0,73
4	445,6	464,5	6	-0,43	-0,29	0,3358	0,3890	0,0532	3,19	2,81	7,88	2,47
5	467,6	494,0	6	-0,26	-0,06	0,3980	0,4760	0,0781	4,68	1,32	1,73	0,37
6	498,5	519,7	6	-0,03	0,13	0,4895	0,5529	0,0634	3,81	2,19	4,81	1,26
7	524,1	562,4	6	0,16	0,45	0,5660	0,6751	0,1091	6,55	-0,55	0,30	0,05
8	564,4	599,8	6	0,46	0,73	0,6805	0,7689	0,0884	5,30	0,70	0,48	0,09
9	604,4	632,6	6	0,77	0,98	0,7793	0,8369	0,0576	3,46	2,54	6,47	1,87
10	676,9	868,3	6	1,31	2,75	0,9058	0,9971	0,0913	5,48	0,52	0,27	0,05
Σ			60									7,37

NB *: La répartition en classes est aléatoire, l'important est que chaque classe ait au moins 5 valeurs.*

Interpétation du Khi²

Nombre de degré de liberté **γ = K - 1** – **m** = 10-1-2=**7**

Sur la table de Pearson (Annexe 2), $\chi^2_{\text{théorique}}$=**14,067** pour $\alpha = 5\%$

$\chi^2_{\text{calculée}}$ = **7,37**

Interprétation 1 :

$\chi^2_{\text{calculée}} < \chi^2_{\text{théorique}}$: L'adéquation de la loi est vérifiée autrement dit l'ajustement est à considérer pour une probabilité 1-α = 95 %.

Interprétation 2 :

Si, P($\chi^2_{\text{calculée}}$) > 5%, l'ajustement est à considérer.

3. Application du test d'adéquation : Test d'Anderson (W_n^2)

Ce test, un peu plus fastidieux à mettre en œuvre (tout au moins manuellement), est plus efficace que le test du χ^2. Analogue dans son esprit, il favorise les valeurs extrêmes et considère individuellement chaque élément de l'échantillon.

Soit un échantillon de taille n où x_i est la $i^{ème}$ valeur dans l'échantillon classé par ordre croissant ; on peut estimer pour chaque x_i, sa fréquence théorique au non-dépassement $F(x_i)$ à partir de l'ajustement que l'on désire tester.

On construit alors ainsi W_n^2 :

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left((2i-1)\text{Ln}\left[F(x_i)\right] + (2n-2i+1)\text{Ln}\left[1-F(x_i)\right]\right) \qquad (6.7)$$

La variable u définie comme suit à partir de W_n^2 permet de caractériser la qualité de l'ajustement :

$$u = \frac{\text{Ln}[Wn^2 - 0{,}18/n^{1/4}] + 0{,}8 + 1/\sqrt{n}}{0{,}65} \qquad (n \geq 10) \qquad (6.8)$$

L'ajustement est d'autant satisfaisant que **u** (calculé) est faible et on pourra utiliser les seuils de rejets suivants (Tableau 6.4). C'est-à-dire que le u calculé doit être inférieur au seuil de rejet ($u_{\text{calculé}} < u_{\text{seuil}}$).

Tableau 6.4. Seuil de rejet du test d'Anderson

Seuil de probabilité	20 %	10 %	5 %	1 %
u_{seuil}	0,84	1,28	1,64	2,32

Le calcul étant fastidieux, Hydrolab calcule cette valeur et montre l'adéquation de la loi.

Pour cet exemple la probabilité d'être dépassée F(u) est 0,439 soit 43,9%. Elle dépasse largement le seuil de 10%, l'ajustement est satisfaisant.

Sur Hydrolab2016, un surlignement en couleur est donné comme suit :

- probab >0.1(10%), l'ajustement est satisfaisant (surligné de vert)
- probabilité 0.(10%)> probab >0.05 (5%), l'ajustement est douteux (surligné d'orange)
- probab <0.05 (5%), l'ajustement est à rejeter (surligné de rouge)

4. Calcul des quantiles

Une fois l'adéquation vérifiée, il faut procéder au calcul des quantiles en appliquant l'équation de la droite de Henry pour une probabilité donnée P% à laquelle correspond **u**. La variable u est sur la table de Gauss.

$$P_{an,p\%} = 502{,}61 + 132{,}93\ u_{p\%}$$

Pour T = 10 ans ; F(x) = 0,10 = 10% d'où **u** = 1,28

$P_{an,10\%} = 673$ mm

Pour T=50ans ; F(x) = 0,02 = 2% d'où **u** = 2,05

$P_{an,2\%} = 776$ mm

Pour T = 100 ans ; F(x) = 0,01 = 1% d'où **u** = 2,33

$P_{an,1\%} = 812$ mm

5. Calcul des intervalles de confiance

L'intervalle de confiance sur les caractéristiques empiriques :

✓ **Moyenne**

L'erreur type Δ est : $\Delta = \pm u_{1-\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$\hat{\bar{P}}_{an,p\%} = \bar{P}_{an,p\%} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{6.7}$$

$$P_{an1,p\%} = 502{,}61 - 1{,}96 \frac{132{,}93}{\sqrt{60}} = 469{,}97 = 470mm$$

$$P_{an2,p\%} = 502{,}61 + 1{,}96 \frac{132{,}93}{\sqrt{60}} = 536{,}25 = 536\ mm$$

On écrira que :

Prob[470mm < 503mm< 536mm] = 1-0,05 = 0,95 = 95%

- ✓ **Ecart type**

L'erreur type Δ est : $\Delta = \pm\ u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$

$$\hat{\sigma} = \sigma \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \tag{6.8}$$

$$\sigma_1 = 132{,}93 - 1{,}96 \frac{132{,}94}{\sqrt{2*60}} = 109{,}14\ mm$$

$$\sigma_2 = 132{,}93 + 1{,}96 \frac{132{,}94}{\sqrt{2*60}} = 156{,}71\ mm$$

On écrira que :

Prob[109,14mm < 132,93mm< 156,71mm] = 1-0,05 = 0,95 = 95%

- ✓ **Quantile $P_{an,10\%}$**

Pour α =5% : **Prob[**$P_{an\ 1,p\%}$ **<** $P_{an,\ p\%}$ **<** $P_{an\ 2,p\%}$ **] = 1-α**

$$\hat{P}_{an,p\%} = P_{an,p\%} \pm u_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \sqrt{u_{p\%}^2 + 2} \tag{6.9}$$

Pour, P=10%, $u_{10\%}$ = 1,28 et $u_{1-\alpha/2}$ = 1,96

$$P_{an1,10\%} = 673 - 1{,}96 \frac{132{,}93}{\sqrt{2*60}} \sqrt{1{,}28^2 + 2} = 627\ mm$$

$$P_{an,2,10\%} = 673 + 1{,}96 \frac{132{,}93}{\sqrt{2*60}} \sqrt{1{,}28^2 + 2} = 718\ mm$$

On écrira que :

Prob [627mm < 673mm< 718mm] = 1-0,05 = 0,95 = 95%

NB : Ce travail long et fastidieux peut être réalisé directement avec le logiciel Hydrolab téléchargeable sur le site de l'ENSH .www.ensh.dz.

Le même exemple est traité par Hydrolab (Tableau 6.5 et Fig. 6.2).

Les quantiles sont donnés dans le tableau 6.6.

Tableau 6.5. Ajustement à la loi de Gauss : Calcul

Moyenne= 502,605				Taille n=60	I.C. =95%	%UAnderson=0,439	
Ecart type= 132,94				u Gauss= 1,96			
P_{an} mm	Ordre de classement	Fréq. Exp.	Variable réduite	Valeur exp	Valeur théorique	Borne inférieure	Borne supérieure
237,5	1	0,01	-2,39	237,50	184,36	105,51	242,16
246,0	2	0,03	-1,96	246,00	242,06	174,05	292,83
251,1	3	0,04	-1,73	251,10	272,40	209,86	319,73
305,0	4	0,06	-1,57	305,00	294,04	235,24	339,04
316,7	5	0,08	-1,44	316,70	311,24	255,33	354,50
330,6	6	0,09	-1,33	330,60	325,73	272,16	367,59
331,5	7	0,11	-1,24	331,50	338,37	286,80	379,08
362,2	8	0,13	-1,15	362,20	349,68	299,83	389,42
365,7	9	0,14	-1,07	365,70	359,98	311,65	398,88
367,6	10	0,16	-1,00	367,60	369,49	322,51	407,67
378,2	11	0,18	-0,93	378,20	378,36	332,60	415,91
390,7	12	0,19	-0,87	390,70	386,72	342,06	423,70
405,2	13	0,21	-0,81	405,20	394,63	350,99	431,13
409,2	14	0,23	-0,76	409,20	402,18	359,47	438,26
419,4	15	0,24	-0,70	419,40	409,42	367,56	445,13
422,0	16	0,26	-0,65	422,00	416,40	375,32	451,77
429,2	17	0,28	-0,60	429,20	423,14	382,79	458,24
433,8	18	0,29	-0,55	433,80	429,69	390,00	464,55
445,6	19	0,31	-0,50	445,60	436,06	397,00	470,72
446,2	20	0,33	-0,45	446,20	442,28	403,79	476,78
454,5	21	0,34	-0,41	454,50	448,38	410,42	482,75
457,3	22	0,36	-0,36	457,30	454,36	416,89	488,64
457,7	23	0,38	-0,32	457,70	460,25	423,23	494,47
464,5	24	0,39	-0,27	464,50	466,05	429,44	500,24

467,6	25	0,41	-0,23	467,60	471,79	435,55	505,98
471,0	26	0,43	-0,19	471,00	477,46	441,57	511,69
483,5	27	0,44	-0,15	483,50	483,10	447,52	517,39
485,9	28	0,46	-0,10	485,90	488,70	453,39	523,08
491,6	29	0,48	-0,06	491,60	494,27	459,21	528,78
494,0	30	0,49	-0,02	494,00	499,83	464,98	534,49
498,5	31	0,51	0,02	498,50	505,38	470,72	540,23
503,1	32	0,53	0,06	503,10	510,94	476,43	546,00
508,4	33	0,54	0,10	508,40	516,51	482,13	551,82
510,4	34	0,56	0,15	510,40	522,11	487,82	557,69
516,0	35	0,58	0,19	516,00	527,75	493,52	563,64
519,7	36	0,59	0,23	519,70	533,42	499,23	569,66
524,1	37	0,61	0,27	524,10	539,16	504,97	575,77
541,0	38	0,63	0,32	541,00	544,96	510,74	581,98
544,8	39	0,64	0,36	544,80	550,85	516,57	588,32
552,1	40	0,66	0,41	552,10	556,83	522,46	594,79
555,7	41	0,68	0,45	555,70	562,93	528,43	601,42
562,4	42	0,69	0,50	562,40	569,15	534,49	608,21
564,4	43	0,71	0,55	564,40	575,52	540,66	615,21
570,2	44	0,73	0,60	570,20	582,07	546,97	622,42
576,3	45	0,74	0,65	576,30	588,81	553,44	629,89
591,7	46	0,76	0,70	591,70	595,79	560,08	637,65
595,1	47	0,78	0,76	595,10	603,03	566,95	645,74
599,8	48	0,79	0,81	599,80	610,58	574,08	654,22
604,4	49	0,81	0,87	604,40	618,49	581,51	663,15
620,1	50	0,83	0,93	620,10	626,85	589,30	672,61
623,3	51	0,84	1,00	623,30	635,72	597,54	682,70
625,8	52	0,86	1,07	625,80	645,23	606,33	693,56
630,5	53	0,88	1,15	630,50	655,53	615,79	705,38
632,6	54	0,89	1,24	632,60	666,84	626,13	718,41
676,9	55	0,91	1,33	676,90	679,48	637,62	733,05
683,9	56	0,93	1,44	683,90	693,97	650,71	749,88
751,3	57	0,94	1,57	751,30	711,17	666,17	769,97
779,3	58	0,96	1,73	779,30	732,81	685,48	795,35
805,2	59	0,98	1,96	805,20	763,15	712,38	831,16
868,3	60	0,99	2,39	868,30	820,85	763,05	899,70

NB : Le logiciel Hydrolab travaille à la fréquence au non dépassement. Pour obtenir le quantile pour une période de retour donnée, il suffit de prendre P =1-F(x), qui est la fréquence au dépassement.

Tableau 6.6. Quantiles

Fréquence P =1-F(x)	u réduite	P_{an} mm	$P_{an,1}$ mm	$P_{an,2}$ mm
0,9	1,28	673	631	725
0,98	2,05	776	723	846
0,99	2,33	812	775	889

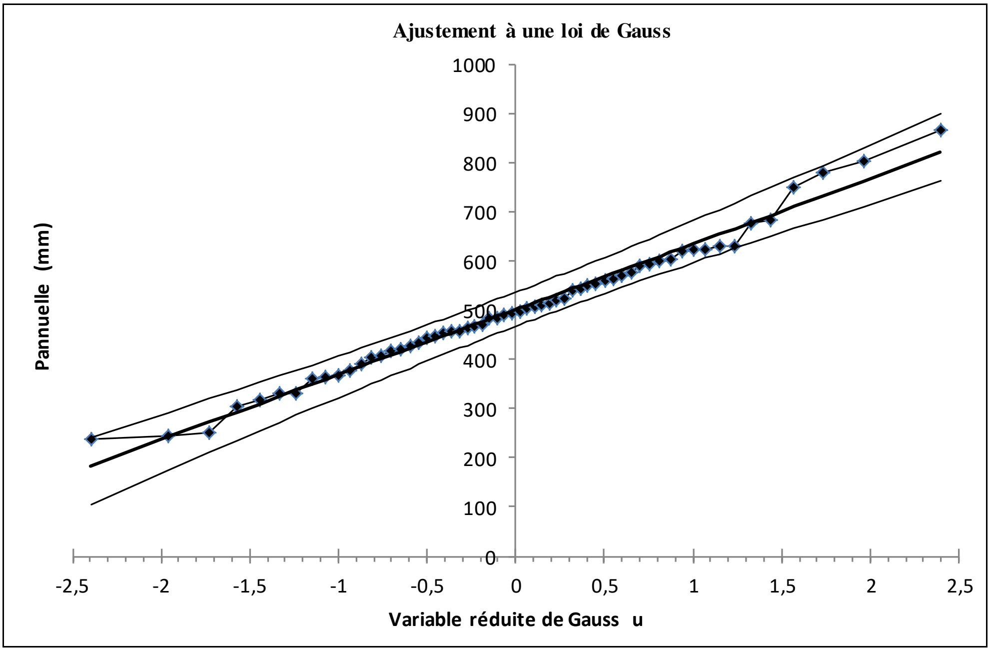

Fig.6.2. Ajustement à la loi de Gauss

Les tables de Gauss et de Pearson (χ^2) sont données en Annexes 1 et 2.

Annexe 1. Loi Normale Réduite : $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992

<u>Annexe 2</u>. Table du χ^2

P / γ	0.9	0.5	0.3	0.2	0.1	**0.05**	0.02	0.01	0.001
1	0.016	0.455	1.074	1.642	2.705	3.841	5.412	6.635	10.827
2	0.211	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3	0.584	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.345	16.266
4	1.064	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277	18.467
5	1.610	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086	20.515
6	2.204	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	2.833	**6.346**	**8.383**	9.803	12.017	**14.067**	16.622	18.475	24.322
8	3.490	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	26.125
9	4.168	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	4.865	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	5.578	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	6.304	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	7.042	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	34.528
14	7.790	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	8.547	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	37.697
16	9.312	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	10.085	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	10.865	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	11.651	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	12.443	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	13.240	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	14.041	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	14.848	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	15.659	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	16.473	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	52.620
26	17.292	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	18.114	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	18.939	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	54.419	48.278	56.893
29	19.768	28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588	58.302
30	20.599	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703

La table donne la probabilité α pour que χ^2 égale ou dépasse une valeur donnée en fonction du nombre de degré de liberté **γ.**

&&&&&