



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE- ARBAOUI Abdallah -

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE URBAINE

MEMOIRE DE MASTER

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Hydraulique

Option : Conception des Systèmes d'Alimentation en Eau Potable

THEME DU PROJET :

**ETUDE DU COUP DE BLIER EN REFOULEMENT D'AND
UN RESEAU DE RANG-2-**

Présenté par :

M^{lle}: SAID L'HADJ DIHIA

Devant les membres du jury

Nom et Prénom	Grade	Qualité
M ^{me} B.TOUAIBIA	Professeur	Président
M ^r M.K MIHOUBI	Professeur	Examineur
M ^{me} D.DJODAR	M.A.A	Examinatrice
M ^{me} N.SAIL	M.A.A	Examinatrice
M ^r B.SALAH	Professeur	Promoteur

Soutenu publiquement à Blida le 26/06/2014

Année Universitaire 2013-2014



Remerciements

Je rends grâce à Dieu le tout puissant et miséricordieux pour m'avoir donné la force et les moyens d'achever ce travail.

Je tiens à remercier, toute l'équipe pédagogique de L'ENSH, pour avoir assuré la partie théorique ainsi que tous les différents intervenants professionnels.

Je remercie tout particulièrement, Monsieur B.SALAH pour ses directives et ses orientations et pour le temps qu'il m'a accordé.

Je remercie également, toute personne qui a contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Grand merci à vous tous



Dédicace

Je dédie ce modeste travail en signe de respect et de reconnaissance à:

-Ma chère sœur qui m'encourage toujours dans ce que je fais et m'aide quand j'ai besoin

d'elle.

-Tous mes amis de l'ENSH et de la faculté de SAAD DAHLEB .

-Tous mes enseignants débutant du primaire jusqu'a ce niveau d'étude.

SAID L'HADJ DIHIA

ملخص

الظواهر انتقالية متميزة بانتشار الموجات ، تبعا للنظام الإنتقالي المثار ، بحيث تعتبر مشكلة رئيسية في مجال السيلان. في المجال التطبيقي هناك شبكات متفرعة من نوع متلاق أو متباعد ممتدة على نطاق واسع، وظاهرة المطرقة المائية من الصعب السيطرة عليها ،سبب هذه الصعوبة ناتج عن الخواص المتعددة والمتغيرة للقنوات المشكلة لشبكة إعادة الدفع، خاصة إذا تم تغطية الشبكة.إن الأضرار التي تتولد عن ظاهرة المطرقة المائية، يمكن أن تكون معتبرة مما يسبب انفجار الأنابيب. فالمهندس المسير لا بد له أن يختار حلا مناسباً للوسائل المضادة لهذه الظاهرة. نركز في عملنا هذا على دراسة المطرقة المائية في شبكة متشعبة ضعيفة من الرتبة «2»، مع دراسة حالتها تحت تأثير عقدة التفرع.

الطريقة المستعملة هي طريقة الخواص، التي تسمح بتحديد هذه المطرقة المائية في القناة الرئيسية، باعتبار المعطيات المتوفرة في الجزء الأخير للقناة الموصولة بعقدة الحساب. النتائج المحصل عليها، تظهر لنا أن هذه الظاهرة تنخفض مع وجود هذه العقدة، رغم تأثير موجات الضغط الناتجة عن القنوات صغيرة القطر.

يتميز هذا العمل بفوائد أساسية من أجل التقييم للمضادات المستعملة في حماية الشبكات المتفرعة للظاهرة.

Résumé

Les phénomènes transitoires caractérisés par des propagations d'onde à la suite d'un régime transitoire provoqué , sont considérés comme étant un problème majeur dans le domaine des écoulements en charge .En pratique , les réseaux d'adductions ramifiés de type convergent ou divergent sont très répandus et le phénomène du coup de bélier est difficilement maîtrisable. Cette difficulté résulte des caractéristiques très multiples et variables des conduites formant le réseau de refoulement, notamment si le réseau est enterré . les dégats engendrés à la suite d'un coup de bélier peuvent être considérables conduisant ainsi à des éclatements des conduites. L'ingénieur gestionnaire se trouve confronté à un choix adéquat des moyens anti béliers .Dans notre travail, nous nous intéressons à l'étude du coup de bélier dans un réseau faiblement ramifié de rang « 2 » tout en étudiant son comportement physique sous l'influence du noeud de ramification .Ce cas a été comparé au cas simple d'une conduite sans ramification.

La méthode utilisée est celle des caractéristiques qui permet de déterminer le coup de bélier dans la conduite de départ tout en considérant les informations données par les extrémités des conduites aboutissant au noeud de calcul. Les résultats ainsi obtenus montrent que le coup de bélier est atténué par le noeud de ramification malgré l'influence des ondes de pression venant des conduites de faibles diamètres . Ce travail est d'un intérêt primordial pour le dimensionnement des anti béliers utilisés pour la protection des réseaux ramifiés .

Abstract

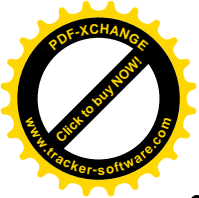
Transients characterized by wave propagation after a transient caused , are considered a major problem in the field of supported flows. In practice, the type of branched networks converge or diverge supply systems are widespread and the phenomenon of water hammer is difficult to control . This difficulty results from the very many and varied characteristics of the lines forming the network discharge , especially if the network is buried . the damage incurred as a result of water hammer can be significant leading to bursts pipes . The engineer manager is faced with a suitable choice of anti rams means. In our work, we focus on the study of water hammer in a weakly ramified network of rank "2" while studying its physical behavior under the influence of branching node . This case was compared to the simple case of driving without a branch .

The method used is that of the characteristics that determines the hammer in the flow line while considering the information provided by the ends of the pipes leading to the compute node . The results obtained show that the hammer is mitigated by the node branching despite the influence of pressure waves from small diameter pipes . This work is of primary interest for the design of anti rams used for the protection of branched networks.



SOMMAIRE

Introduction générale	01
Chapitre -1- : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COUP DE BELIER	
1.1 Introduction	02
1.2. Historique de recherche	03
1.2.1 Evolution des recherche sur la théorie du coup de bélier	03
1.2.2 Historique sur le calcul de la perte de charge.....	05
1.2.3 Historique sur le phénomène de propagation d'ondes du coup de bélier.....	05
1.2.4 Historique sur les modèles développés simulant le phénomène du coup de bélier.....	10
1.2.5 Historique sur les méthodes de protection contre le coup de bélier	12
1.2.6 Historiques des articles traitent le problème du coup de bélier.....	13
1.3 Conclusion	19
Chapitre - 2-: ETUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU REGIME TRANSITOIRE	
2.1 Introduction	20
2.2 Les régimes d'écoulement	20
2.3 Effet de la perturbation de l'équilibre sur les pressions	21
2.4 Description du phénomène transitoire	21
2.5 Classification des écoulements instationnaires ou des phénomènes transitoires	22
2.5.1 Oscillation en masse ou montée subite	22
2.5.2 Coup de bélier ou écoulement transitoire.....	22
2.5.3 Oscillations de la pression ou résonance	22
2.5.4 Oscillations de la structure	23
2.6 Relation entre l'onde élastique et l'oscillation en masse	23
2.7 Etude des ondes élastiques	23
2.7.1 Description d'un guide d'ondes élastiques	23
2.7.2 Présentation des ondes des écoulements transitoires.....	24
2.7.3 Propagation des ondes des écoulements transitoires.....	25
2.7.4 Propagation d'une onde des écoulements transitoires dans un milieu fluide indéfini	27
2.7.5 Propagation d'une onde des écoulements transitoires dans une conduite cylindrique.....	29
2.7.6 Célérité d'onde de coup de bélier dans une conduite enterrée	31
2.7.7 Célérité d'onde de coup de bélier dans d'autres type de conduite	32



2.8 conclusion	33
-----------------------------	----

Chapitre -3-: ETUDE DU COUP DE BELIER

3.1 Introduction	34
3.2 l'aspect qualitatif	34
3-3 Analyse théorique du coup de bélier par la méthode d'Allievi	36
3.3.1- <i>L'équation générale du mouvement varié ou équation d'Euler</i>	38
3.3.2- <i>L'équation de continuité de masse</i>	38
3.4 Elaboration des équations régissant le phénomène du coup de bélier avec prise en compte des pertes de charge	43
3.4.1 <i>Equations différentielles de base</i>	44
3.4.2 <i>Intégration du système différentiel</i>	53
3.5 Résolution des équations par la méthode des caractéristiques	53
3.5.1 <i>Formulation mathématique du modèle aux caractéristiques</i>	53
3.5.2 <i>Interprétation physique de la méthode des caractéristiques</i>	56
3.5.3 <i>Résolution de la méthode des caractéristiques en utilisant les équations de saint venant</i>	56
3.6 Etude de la rupture de la veine liquide	59
3.7 Conclusion	60

Chapitre -4- : MODELISATION DU COUP DE BELIER DANS UN RESEAU DE RANG-02- EN REFOULEMENT

4.1 Introduction	61
4.2 Etude du coup de bélier dans le cas de raccordement de plusieurs conduites	61
4.3 Etude du coup de bélier dans le cas d'une pompe	63
4.4 Etude du cas de raccordement de deux conduites :	64
4.5 Détermination de (H et Q) dans le cas d'un refoulement de rang -2-	65
4.6 Modélisation du coup de bélier	67
4.6.1. <i>Notions de modèles mathématiques</i>	67
4.6.1.1 <i>Modèle mathématique, concept général</i>	67
4.6.1.2 <i>Modèle mathématique en hydraulique</i>	68
4.6.1.3 <i>Les paramètres définissons un modèle</i>	68



4.6.2 L'application courante des modèles en hydraulique (coup de bélier).....	68
4.6.3 Évolution de l'utilisation des modèles: du calcul à l'hydro-informatique.....	69
4.6.3.1 Systématisation historique.....	69
4.6.3.2 Lien entre modélisation et matériel :.....	71
4.7 Choix du modèle pour l'étude du coup de bélier dans le cas en refoulement rang-2-	71
4.7.1 Définition du logiciel.....	72
4.7.2 Capacités de modélisation.....	73
4.7.3 Le solveur de régime permanent.....	73
4.7.4 Le solveur du régime transitoire.....	73
4.7.5 Hypothèses d'ingénierie en AFT Impulse.....	73
4.8 Conclusion.....	74
Chapitre-5- ETUDE DES MOYENS DE PROTECTION	
5.1 Introduction.....	75
5.2 Les risques dus aux coups de bélier.....	75
5.3 Les moyens de protection contre le coup de bélier.....	76
5.3.1 Dispositifs anti-bélier conventionnels.....	76
5.3.2 Dispositifs non conventionnels.....	83
5.3.3 Protection domestique contre le coup de bélier.....	85
5.4 Conclusion.....	87
Chapitre -6-APPLICATION DU MODELE POUR UN CAS REEL	
6.1 Introduction.....	88
6.2 Etude de cas.....	88
6.2.1 Cas où nous n'avons pas de bifurcation.....	88
6.2.2 Cas où nous avons une bifurcation.....	91
6.3 Elaboration d'un programme de calcul.....	93
6.4 Conclusion.....	96
Conclusion générale.....	97
Bibliographie.	



liste des tableaux

Chapitre -6-APPLICATION DU MODELE POUR UN CAS REEL

<i>Tableau 6-1: tableau de configuration de la pompe.....</i>	<i>89</i>
<i>Tableau 6-2: les caractéristiques des conduites du 1^{er} cas.....</i>	<i>89</i>
<i>Tableau 6-3: les caractéristiques des conduites du 2^{émec}cas.....</i>	<i>91</i>



Liste des figures

Chapitre-2- : ETUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU REGIME TRANSITOIRE

Figure 2-1: Schéma d'illustration des variations de pressions.....	24
Figure 2-2 : Schéma de dilatation de la conduite.	26
Figure 2-3 : Schéma de propagation d'onde dans un milieu fluide indéfinie.....	28
Figure 2-4: Propagation d'une onde dans une conduite cylindrique déformable.....	29

Chapitre-3- : ETUDE DU COUP DE BELIER

Figure 3-1: Schéma d'illustration des variations de pressions.	36
Figure 3-2 : Profil en long schématique d'une conduite sous pression.	37
Figure 3-3 : Forces exercées sur un volume de contrôle liquide.....	45
Figure 3-4 : Bilan des masses à travers un volume de contrôle	48
Figure 3-5: Etat de contrainte dans une portion élémentaire de la conduite.	49
Figure 3-6 : Lignes caractéristiques dans le plan $t x$	56
Figure 3-7: Discrétisation de la conduite.	57
Figure 3-8: Schéma numérique.....	59
Figure 3-9: Schéma explicatif.	60

Chapitre-4- MODELISATION DU COUP DE BELIER DANS UN RANG-02- EN REFOULEMENT

Figure 4-1 : Schéma du réseau de rang-2-:	61
Figure 4-2 : Schéma de $H(Q)$ pour différents cas.....	64
Figure 4-3 : Raccordement de deux conduites avec $D1 < D2$	64
Figure 4-4 : Alimentation de deux réservoirs par une pompe.	65

Chapitre -6-APPLICATION DU MODELE POUR UN CAS REEL

Figure 6-1: La construction du modèle.	88
Figure 6-2:La pression statique en fonction du temps $P1-P2$ pour le premier cas.....	90
Figure 6-3: Le maximum et le minimum des pressions statiques en fonction des longueurs, $P1-P2$ pour le premier cas.....	90
Figure 6-4: La vitesse de la pompe en fonction du temps.....	90
Figure 6-5: La pression maximale et minimale calculé pour le premier cas.....	91
Figure 6-6: La pression maximale et minimale calculé pour le deuxième cas.....	91
Figure 6-7: Le maximum et le minimum des pressions statiques en fonction des longueurs pour le deuxième cas.....	92
Figure 6-8: Les pressions statiques en fonction du temps pour le deuxième cas.....	92



Notations

- c : étant la vitesse du son dans l'eau [m.s^{-1}].
- C_1 : celerité d'onde du régime transitoire cas d'une conduite enterrée [m.s^{-1}].
- D : diamètre de la conduite [m].
- dw : la variation du volume w produite par une variation de la pression dp . [m^3].
- e : épaisseur de la paroi [m].
- E, E_m : le module de Young du matériau [$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$].
- E_s : le module de Young de l'acier [$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$].
- E_S : le module de Young du sol [$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$].
- g : Accélération de la pesanteur [m/s^2].
- h : hauteur piézométrique [m].
- H_N : la charge au nœud (N) [m].
- H_{I+1} : la charge au point de discrétisation (I+1) [m].
- H_I : la charge au point de discrétisation (I) [m].
- j : le gradient hydraulique. [/]
- k : le module de compressibilité [/].
- K_e : Module de compressibilité de l'eau. [/].
- L : la longueur de la conduite. [m].
- m : Masse du liquide [Kg].
- P : Pression statique [Pa].
- Q : débit d'écoulement à un instant quelconque. [$\text{m}^3.\text{s}^{-1}$].
- Q_0 : le débit au temps $t=0$. [$\text{m}^3.\text{s}^{-1}$].
- Q_t : le débit à l'instant (t) . [$\text{m}^3.\text{s}^{-1}$].
- $Q_{(t+\Delta t)}$: le débit à l'instant (t+ Δt). [$\text{m}^3.\text{s}^{-1}$].
- R : le rayon de la conduite . [m].
- Re : le nombre de Reynolds. [/].
- S : Section de la conduite [m^2].
- t : Temps [s].
- v : vitesse du volume élémentaire,
- V_0 : la vitesse au temps $t=0$. [m.s^{-1}].
- V_m : le coefficient de poisson du matériau de la conduite. [/]
- V_s : le coefficient de poisson du sol. [/]
- WM: la caractéristique moins [-].
- WP: la caractéristique plus [+].
- x : abscisse compté horizontalement [/].
- Z : altitude du volume élémentaire [m.s^{-1}].
- λ : coefficient de frottement [/]
- μ : la viscosité dynamique . [$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$].
- θ : Angle d'inclinaison de la conduite avec l'horizontale [°].
- θ : temps d'aller -retour de l'onde [s].
- τ_w : Contrainte tangentielle [Kg.m^{-2}].
- ρ : Masse volumique du liquide (constante dans le temps) [Kg.m^{-3}].
- ε : le module d'élasticité volumétrique . [/].



γ :le poids spécifique de l'eau [$\text{Kg.m}^{-2}.\text{s}^{-2}$].

η_i :le degré d'ouverture de l'obturateur . [/]

ϑ : le volume de contrôle du liquide.[m^3].

σ' : le coefficient de Poisson, il est toujours inférieur à 0,5. [/]

σ_1 : Contrainte normale longitudinale[$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$].

σ_2 : Contrainte normale radiale. [$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$].

ΔH : Variation de la charge.[m].

ΔP : Variation de la pression.[Kg.m].

Δt : Pas de discrétisation temporelle.[/].

Δx : Pas de discrétisation spatiale.[/]



INTRODUCTION GENERALE

Lorsque, dans un réseau de canalisation véhiculant un fluide, nous modifions localement les conditions d'écoulement (mise en route ou arrêt d'une pompe, manœuvre d'une vanne, etc.) nous introduisons dans le fluide une discontinuité portant sur les paramètres eux-mêmes (pression, vitesse) ou sur leurs dérivées.

En raison de l'élasticité du milieu (fluide + conduite), cette discontinuité se propage de poche en poche avec une célérité souvent élevée, affectant ainsi rapidement une zone étendue de l'écoulement considéré.

Cette perturbation, dont l'amplitude peut être importante et qui se propage, est souvent appelé Onde. En hydraulique, c'est souvent le vocable de coup de bélier. Le coup de bélier est une onde de pression, positive ou négative, provoquée par une variation du régime hydraulique, et se propageant dans le milieu constitué par l'eau et la conduite qui la contient. Cette onde est caractérisée par une vitesse de propagation ou célérité, qui ne dépend pas en première approximation de l'amplitude de l'onde lorsque celle-ci est faible. Elle se réfléchit sur les obstacles, et en particulier sur les extrémités de la conduite, en changeant de signe ou non suivant les conditions physiques qui y sont rencontrées.

Le calcul des écoulements non permanent dans un système hydraulique en charge présente beaucoup de difficultés tant sur le plan pratique que théorique.

Dans les prochains chapitres nous traiterons le phénomène dans le cas général avec prise en compte de l'élasticité du fluide et des méthodes de résolution associées mais en les développons pour le cas où nous avons un coup de bélier de deuxième rang et ceux en utilisant la méthode MOC pour la détermination de H_i et Q_i .

Comme les systèmes hydrauliques sont des projets assez complexes dans leur conception, réalisation et exploitation, et sont souvent soumis à des risques multiples pouvant influencer à leur bon fonctionnement, et peuvent avoir un impact Négatif sur leur environnement (perte humaine, matérielles, pollution...). Ce n'est qu'avec un bon dimensionnement hydraulique et mécanique que nous pourrions protéger nos installations.



Chapitre -1-

**ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE
COUP DE BELIER**



1.1. Introduction :

L'étude du phénomène du coup de bélier a fait, depuis presque un siècle et demi, l'objet d'une succession de travaux tendant à dégager de la théorie mathématique, des formules pratiques pour ses divers effets. Ceci a pris, dans ces dernières années, un intérêt particulier en raison de l'importance exceptionnelle des conduites amenant les forces hydrauliques aux puissantes usines d'énergie électrique. Il paraît donc utile, au point de vue de l'art de l'ingénieur, de faire l'inventaire de ces travaux et d'en indiquer sommairement les résultats.

avant de faire une étude bibliographie nous devons nous familiariser avec ce phénomène et cela en le définissant

Un coup de bélier est une augmentation ou une diminution momentanée de la pression. Celle-ci ne dure que quelques fractions de seconde, mais les pointes de pression qui surviennent alors peuvent atteindre des valeurs représentant plusieurs fois la pression de service. Les pointes se produisant ainsi peuvent se manifester aussi bien sous la forme d'une surpression que sous celle d'une dépression (cavitation). La vitesse de propagation des ondes de pression peut atteindre jusqu'à 1400 m/s et dépend du matériau et de l'épaisseur de la paroi du tuyau.

Les coups de bélier dans les conduites surviennent à l'occasion de changements soudains dans l'écoulement du fluide soit par :

- Accélération de la masse liquide lors de la mise en marche de pompes .
- Interruption du débit de fluide à l'arrêt des pompes .
- Arrêt brusque d'un fluide en mouvement par une vanne à fermeture rapide .
- Modification soudain de la direction du fluide par des électrovannes .
- Modification brutale de la section de la conduite due à des rétrécissements et à des étranglements .

Les coups de bélier peuvent survenir dans tous les systèmes de conduites soit :

- A la mise en marche ou à l'arrêt des pompes .
- En cas de panne de courant dans des stations de pompage .
- Par la prise de borne dans les réseaux de protection d'incendie .
- Dans les installations de remplissage et de dosage (centrales à béton, installations chimiques, laveries industrielles, etc.).

parmi les effets du coup de bélier nous avons :

- Forte surpression ou dépression (cavitation) .
- Bruits gênants .
- Signes de fatigue des matériaux .



Avec pour conséquences :

- Endommagement des appareils et de la robinetterie montés sur l'installation .
- Ruptures de conduites, bruits et vibrations .
- Desserrage ou perte d'étanchéité des raccords .

Ce phénomène peut être évité et cela en installant un amortisseur bien dimensionné et nécessitant une faible maintenance.

1.2. Historique de recherche :

1.2.1 Evolution des recherches sur la théorie du coup de bélier :

le problème du coup de bélier, a été étudié pour la première fois par **Menabrea** en (1885). ensuite il y a eu des chercheurs qui ont eu du succès comme **Weston** (1885), **Carpenter** (1893) et **Frizell** (1898), ont mené des études pour développer une expression reliant le changement de pression dû au changement de vitesse dans une conduite.

Mais les travaux de **Joukowski** et **Allievi** (1902) ont pu attirer la plus grande attention.

La solution définitive du problème a été donnée par l'hydraulicien Italien **Lorenzo ALLIEVI** (mort en 1942) dans un mémoire magistral intitulé "Teoria General Del Moto Perturbato Del L'acqua Nei Tubi Impressioni" publié en 1903 dans les annales de la société des ingénieurs et architectes Italiens.

En 1913 **L.Allievi** (parvient à interpréter avec une rigueur mathématique le phénomène physique du coup de bélier et en donner la théorie générale. Il démontre ainsi la légitimité de négliger les termes convectifs dans l'équation dynamique du mouvement, et a introduit deux importants paramètres adimensionnels caractérisant la conduite et la manœuvre de la vanne ainsi que des abaques pour le calcul des suppressions suites à des fermetures linéaires d'un obturateur.

Le professeur **N.Joukovsky**, de l'Université et de l'institut technique de Moscou, paraît avoir, le premier, procédé avec toute l'ampleur et toute l'exactitude nécessaire aux études théoriques et aux expériences susceptibles d'élucider pleinement les questions relatives au coup de bélier. Mais son travail, publié seulement en russe à l'origine (1898) et traduit deux ans plus tard en allemand, n'a pas trouvé dans les milieux Scientifiques et techniques la diffusion immédiate qu'il méritait, et il n'a trouvé une mention explicite que dans l'Encyclopédie des Sciences Mathématiques, publié à Leipzig en Mai 1906.

Par la suite des ingénieurs praticiens ont développé des méthodes pour résoudre des formes simplifiées des équations principales de **Saint Venant** en utilisant particulièrement des méthodes d'intégration graphique et numérique (Carlier,1980).

Ainsi, le Suisse **Othmar Schnyder** a été le premier à établir une méthode graphique pour solutionner le problème d'écoulement non permanent dans les conduites de refoulement



des pompes en 1929. Il a étendu ensuite cette méthode aux cas de systèmes en charge quelconques, particulièrement, aux conduites alimentant les turbines.

en 1933 Le français **Louis Bergeron** a trouvé la même méthode appelée « Méthode de Bergeron » et qui fut employée universellement dans la pratique pendant plusieurs années. En 1937, **BERGERON** a montré que la méthode graphique établie pour le calcul des ondes du coup de bélier est applicable à d'autres problèmes de la théorie d'élasticité et d'électricité. Cette méthode est développée dans son ouvrage publié en 1949 ayant pour intitulé "Du coup de bélier en hydraulique au coup de Foudre en électricité". Il est à noter que le principe de la méthode avait été donné par les autrichiens **Kreitner** et **Lowy** en 1928. L'avantage des méthodes d'intégration graphique est à mener l'analyse à une compréhension approfondie du phénomène physique. Aujourd'hui avec l'arrivée des ordinateurs et l'accroissement constant de leur puissance, ces méthodes ont évidemment été remplacées dans la pratique courant par des méthodes numériques (Beauchemin,1992).

En 1987, **Chaudy**, a présenté une description complète de cette méthode de calcul. La méthode des caractéristiques a été développée par **Streeter V.L.** (USA 1966) et **Vichnievsky K.P.** (URSS 1965). Encore aujourd'hui, cette méthode est largement utilisée et demeure extrêmement populaire bien qu'elle présente certaines faiblesses pour le calcul des écoulements transitoires dans des systèmes hydrauliques très complexe. Par ailleurs pour pallier à ces insuffisances, en procédant soit aux meilleures méthodes d'interpolation, soit à l'utilisation des schémas numériques de différences finis ou d'éléments finis.

Jaeger (1933 et 1977), **Parmakian** (1955) et **Wylie et Streeter** (1967) ont amélioré les équations de base des écoulements transitoires .Les efforts combinés de ses chercheurs ont eu comme résultats l'aboutissement aux équations de continuité et de mouvement pour les écoulements en charge instationnaires unidimensionnels (1D) , ainsi ils ont pu représenter le modèle mathématique de propagation d'ondes élastiques dans les systèmes de conduites en charge.

Dans ces équations, les termes convectifs ont été négligés en raison de leur très faible contribution dans le modèle mathématique complet (Young il kim ,2008).

En 1985 , Les recherches de **Mitre** et **Rouleau** sur le coup de bélier en régime laminaire ainsi que ceux de **Vardy** et **Hwang** (1991) pour le cas du régime turbulent affirment la validité de l'approche unidimensionnelle (1D) dans le cas des conduites.

le modèle « équations de base unifiées » est un modèle mathématique plus général déduit des lois classiques de la mécanique des fluides il décrit le comportement physique du phénomène dans l'enceinte de la conduite dans le cas ou l'écoulement devient mixte (liquide-gaz ou passage sous pression-surface libre), **Léon** (2007), **Bousso** (2010) et **Kerger** et al. (2010).développèrent divers techniques pour l'étude concernant le passage de l'écoulement en charge un écoulement à un surface libre.



1.2.2 Historique sur le calcul de la perte de charge:

Pour la calcul de la perte de charge au cours du régime transitoire, plusieurs modèles ont été proposés pour l'évaluation de la contrainte tangentielle τ_w , sachant que cette résistance à l'écoulement est essentielle pour garantir une simulation correcte sur de longues périodes. Dans le modèle dit « quasi-stationnaire », l'hypothèse sur la quel est fondé ce modèle est que l'expression reliant τ_w à la vitesse moyenne sur la section de la conduite en régime permanent demeure valide en régime instationnaire .Ce modèle englobe les formules de type Darcy-Weisbach ou Hazen-Williams. Cependant, des désaccords entre les résultats numériques et expérimentaux ont été enregistrés en adoptant ce modèle de calcul.

Pour pallier à ces anomalies plusieurs modèles empiriques correctifs du précédent modèle ont été introduits, parmi les quels nous citons celui de **Brunone** et al. (1991), **Vardy** et **Brown** (1995) et **Axworthy** et al. (2000).

L'autre classe de modèles se base quant à elle sur la solution analytique des équations de Navier-Stokes pour la détermination de τ_w en régime non permanent, à l'image de l'approche de **Zielke** (1966) pour le régime laminaire , n'étendue ultérieurement par **Vardy** et **Brown** (1996) pour le régime turbulent (Ghidaoui et al ,2005).

1.2.3 Historique sur le phénomène de propagation d'ondes du coup de bélier:

Les équations aux dérivées partielles régissant le phénomène de propagation d'ondes du coup de bélier dans une conduite en charge sont de type hyperbolique. Sous cette forme, aucune solution analytique ne se présente pour résoudre les problèmes réels ,exception faite de certains cas simples (généralement hypothétiques) sans terme dissipatif et des conditions aux limites simplifiées, lesquels n'intéressent pas les applications d'ingénierie.

Cependant, et pour contourner cette difficulté, plusieurs méthodes numériques ont été appliquées avec succès pour approcher la solution désirée.

certaines méthodes n'ont pas réussie à séduire, telles que la méthode spectrale et la méthode d'intégration aux frontières (boundary-integral method), bien adaptées à d'autres types de problèmes, néanmoins les méthodes les plus répandues et explorées dans les problèmes de propagation d'ondes sont (Ghidaoui et al ,2005 ; Young il Kim ,2008).

- la méthode des caractéristiques (MOC).
- Méthode des plans d'ondes(MPO).
- la méthode des différences finies (MDF).
- la méthode des éléments finis (MEF).
- la méthode aux volumes finis (MVF).



a-La Méthode des caractéristiques (MOC) :

Développée en 1789 par **Monge**, la méthode des caractéristiques permet l'intégration des équations différentielles partielles. Largement utilisée en hydraulique à surface libre pour l'analyse des phénomènes d'écoulements non permanents, elle apparaît aujourd'hui comme étant la méthode standard d'analyse des écoulements transitoires en conduites fermées (Chaudhry ,1995).

Après la méthode graphique développée par **Louis Bergeron** publiée dans son célèbre ouvrage en 1949, la méthode des caractéristiques (MOC), a vu le jour dès les années 1960 suite à l'essor des moyens de calcul informatique. Un développement significatif en matière de résolution des équations hyperboliques a été introduit par **Lister** en 1960, qui a étudié la méthode des caractéristiques à grille fixe.

Il démontra alors la facilité de cette approche pour le calcul du débit et de la pression dans l'espace à un temps constant (Dinh Tam ,2009).

Depuis, la méthode des caractéristiques a reçu une intense application dans le calcul des régimes transitoires en charge. En adoptant la méthode à grille fixe, un pas de temps commun est utilisé pour le calcul des variables dépendantes sur l'ensemble des conduites du réseau. Dans cette situation, la méthode est considérée comme très performante et précise. Cependant, ces conduites pouvant avoir des longueurs et des célérités d'ondes différentes rendant ainsi difficile voir impossible la satisfaction de la condition de Courant si un incrément de temps identique est adopté pour les conduites. Ce problème de discrétisation peut alors être surmonté par des techniques d'interpolation (Fox ,1977).

En ce qui concerne l'ajustement artificiel de la célérité d'onde ou leur combinaison. Diverses techniques d'interpolation ont été présentées pour traiter ce problème de discrétisation. En 1960 **Lister** utilisa une interpolation spatiale linéaire pour approximer les variables (Q, H) au pied de chaque ligne caractéristique.

En 1975 **Trikha** a suggéré l'utilisation de pas de temps différents pour chacune des conduites afin d'améliorer les délais de calcul en adoptant des incréments plus conséquents, et ainsi éviter les erreurs d'interpolations. mais l'approche de **Trikha** (1975) requiert une interpolation aux frontières du domaine de calcul, laquelle peut être source d'imprécisions dans certains cas.

En (1977) **Wiggert** et **Sundquist** proposèrent un schéma unique qui combine deux types d'interpolation spatiale. L'inconvénient est que ce schéma génère des points de calcul supplémentaires induisant alors des temps de calcul et espaces mémoire importants.

En (1983) **Goldberg** et **Wylie** développèrent une technique d'interpolation à temps rétrograde (reach-back time-line interpolation) utilisant la solution calculée aux pas antérieurs. Ils trouvèrent que cette méthode est plus précise et manifeste moins d'amortissement que l'interpolation spatiale pour une même discrétisation.



En (1988) **Lai** combine plusieurs méthodes d'interpolation en un seul schéma général appelé « *schéma multi-modes* ». Ce dernier schéma offre une flexibilité de choix quant à la technique d'interpolation performante à chaque problème particulier.

En (1991) **Sibetheros et al** montrent que l'interpolation par spline cubique est la plus appropriée quand il s'agit d'une installation hydraulique simple, sans pertes de charge et sujette aussi d'une perturbation simple du régime. Ils comparèrent leur méthode avec le schéma polynomiale de **Hermit** développé en 1977 par **Holly et Preissmann**. Les résultats montrèrent que l'interpolation spline aboutit à une même précision, cependant meilleur en général que l'interpolation linéaire. Mais cette technique connaît des difficultés aux limites du domaine.

En (1997) **Karney et Ghidaoui** mettent au point des techniques efficaces d'interpolation dites hybrides qui permettent des temps d'exécution réduits et une utilisation de l'espace mémoire plus optimisé.

En (2008) **Afshar et Rohani** ont proposé une méthode des caractéristiques implicite. Dans cette approche, les équations de base de l'élément conduit et des différents appareils sont alors organisées dans un système matriciel ayant pour inconnus les variables H et Q, au pas de temps considéré. Les auteurs mettent ainsi en relief dans leur travail la supériorité de la méthode face aux limitations de la méthode des caractéristiques classique (Ghidaoui et al, 2005).

b-La Méthode des plans d'ondes(MPO):

A coté des schémas numériques basés sur la méthode des caractéristiques, d'autres schémas et méthodes numériques ont pris part dans l'analyse des écoulements transitoires. La méthode dite des « plans d'ondes », développée sur un concept analogue à celle des caractéristiques, repose sur l'approximation de la perturbation par une série d'ondes constantes (Wood Don, 2005).

Cette approximation est donc de premier ordre dans l'espace et dans le temps, d'où la nécessité d'une fine discrétisation pour une bonne précision dans la solution du problème. La méthode souffre aussi d'une rigueur dans l'incorporation du terme de frottement et la description physique des phénomènes instationnaires liés à la contrainte tangentielle aux parois (Young et Kim, 2008).

c-La Méthode des différences finies(MDF):

Au lieu d'utiliser la méthode des caractéristiques, des auteurs ont fait l'usage de l'approximation par différences finies pour résoudre les équations aux dérivées partielles du mouvement transitoire sous leur forme conservative ou non conservative. Un bon nombre de schémas aux différences finies implicites et explicites ont été mis au point à cet effet. Dans la famille des schémas implicites, les variables dépendantes inconnues H et Q en un point donné de l'espace à un temps déterminé sont exprimées en terme des valeurs inconnues au même pas de temps aux nœuds adjacents. Les équations algébriques résultant sont résolues simultanément pour le système complet à chaque incrément de temps.



Dès le début des années 1970 plusieurs travaux ont été effectués dans ce contexte, à l'image de **Wylie** et **Streeter** présentèrent une méthode implicite aux différences finies centrées afin de permettre l'usage d'incrément de temps plus grand que les schémas explicites (Ghidaoui et al ,2005).

D'après **Young Il Kim (2008)**, plusieurs travaux ont vu jour, parmi lesquels ceux de **Bribisca** (1981), **Han** (1983), **Anderson** (1991), **Verwey** et **Yu** (1993), **Salgado** et al. (1994) et **Schohl** (2003).

l'inconvénient rencontré est celui que l'application des schémas implicites augmente le temps de calcul et le stockage mémoire à cause du calcul matriciel nécessaire et la non linéarité des équations algébriques résultants. Outre ces difficultés, sur le plan mathématique, les schémas implicites ne sont pas appropriés aux problèmes de propagation d'ondes dans la mesure où ceux-ci distordent le chemin de propagation emprunté par l'information et dégrade de ce fait la représentativité du modèle mathématique de base (Ghidaoui et al,2005).

Le travail le plus remarquable dans ce sujet revient à **Chaudhry** et **Hussaini** (1985) qui ont appliqué les schémas de *Mac Cormack*, *Lambda* et *Gabutti* pour le problème du coup de bélier pour le cas sans pertes de charge. Ces trois méthodes sont des schémas aux différences finies explicites d'une précision de deuxième ordre (en espace et en temps) qui ont reçu aussi des applications dans les problèmes d'écoulement à surface libre .

Les auteurs ont fait usage de deux techniques pour le traitement des conditions aux limites, l'une par l'ajout de nœuds fictifs aux frontières et l'autre en exploitant les lignes caractéristiques, qui est la plus facile à implémenter. Il a été ainsi démontré que ces trois schémas donnaient une meilleure solution que la méthode des caractéristiques de premier ordre pour un nombre de Courant ,cependant des oscillations numériques dans le profil de l'onde ont été observées. Ainsi, le Schéma de *Mac Cormack* a été utilisé avec succès par **Kessal** (1987) dans la simulation du problème d'écoulement homogène transitoire avec cavitation.

En 1990 **Chaudhry** et al. appliquèrent le schéma de *MacCormack* et de *Gabutti* pour la simulation des écoulements non permanents diphasiques liquide-gaz avec un faible nombre de Mach. Les résultats obtenus par les auteurs montrent que le schéma de *MacCormack* aboutit à de meilleurs résultats pour l'analyse des écoulements transitoires en charge (Ghidaoui et al ,2005).



d- La Méthode des éléments finis (MEF):

La méthode des éléments finis est appliquée dans les problèmes de la mécanique des solides et des fluides mais son application est très restreint dans le calcul des écoulements transitoires. Habituellement, dans ce type de problèmes, des techniques hybrides mettant en œuvre des éléments finis dans le domaine spatiale et les différences finies dans le domaine temporelle sont appliquées (Young et Kim, 2008).

L'avantage principal de cette méthode est sa capacité à traiter les géométries complexes du domaine de calcul. A l'opposé, le temps et le volume des calculs restent les inconvénients majeurs de la méthode.

En (1995) **Szymkiewicz** propose une version modifiée de la méthode des éléments finis appliquées aux équations de transport et des écoulements non permanents. L'approche repose sur une modification de la méthode standard d'intégration dans la méthode de **Galerkin**. Son application à la résolution des équations de Saint-Venant en écoulement à surface libre, a révélé les mêmes résultats que le schéma de **Preissmann** avec quelques avantages.

En (2005) **Szymkiewicz** et **Mitosek** ont appliqué la même approche pour la résolution des problèmes d'écoulements transitoires en charge. La formulation numérique aboutit à un schéma aux différences finies implicite à six points avec deux paramètres de pondération. La méthode ainsi proposée a montré de meilleurs résultats comparativement à la version standard de la méthode aux éléments finis et aux différences finies.

En(2009) **Sattar** et al. ont introduit une nouvelle méthode « *Ondelette-Galerkin* » pour la résolution des équations hyperboliques du coup de bélier, avec linéarisation du terme de frottement, moyennant l'utilisation de deux types d'ondelettes (*Haar et Daubechies*) comme base du schéma de Galerkin.

Les auteurs mettent en relief la supériorité de la méthode vis-à-vis de la méthode des caractéristiques mais soulignent en parallèle la difficulté d'implémentation de la méthode dans la mesure où l'on se heurte au problème de décomposition du signal en ondelettes, ce qui laisse la méthode loin d'être pratique.

e-La Méthode des volumes finis (MVF):

la méthode des volumes finis (VF) a attiré les chercheurs de part sa robustesse et sa facilité d'application. Ainsi, après avoir fait ses preuves dans la résolution des équations hyperboliques, spécialement la dynamique des gaz la méthode a trouvé application dans les problèmes d'écoulement à surface libre et celui du coup de bélier.

En 2000 **Guinot** appliqua pour la première fois les schémas de type volumes finis, il a développé une solution de type **Riemann** pour la simulation du coup de bélier, et utilisa cette solution pour développer un schéma de *Godunov* de premier ordre. Ce schéma ainsi obtenu est très semblable à celui de la méthode des caractéristiques.



En (2004) **Zhao** et **Ghidaoui** formulent et appliquent des schémas aux volumes finis de type *Godunov* de premier et deuxième ordre pour la résolution de l'équation dynamique et celle de continuité gouvernant le problème du coup de bélier. Ils montrent alors l'influence négligeable des termes convectifs et aussi la supériorité de ces solveurs comparés à la classique méthode des caractéristiques en terme de précision et qualité de la solution.

En 2006 **Léon** et al ,ont utilisé la méthode des volumes finis pour le développement d'un modèle de simulation en temps réel des écoulements transitoires dans les égouts pluviaux.

En 2007 **Sabbagh-Yazid** et al. confirment la validé les résultats obtenues par **Zhao** et **Ghidaoui**.

En 2009 **Léon** et al. mènent des travaux dans l'application des schémas de *Godunov* au problème d'écoulement instationnaire mixte à surface libre-en charge. Ils ont introduit de nouveaux concepts pour la prédiction des flux numériques aux interfaces pour une meilleure capture d'information ainsi que l'amélioration du traitement des conditions aux limites.

f-Choix de la méthode à utilisé :

Pratiquement les longueurs des tronçons sont différents , si nous cherchons a discrétisé le pas de temps Δt et le pas d'espace Δx , ces derniers sont différents, la seul méthode qui permet de résoudre se problème tout en résistant stable c'est la méthode des caractéristique (MOC).

Si nous utilisons les autres méthodes *MacCormack* et *lambda* on peut les appliqué mais elles se déstabilise facilement et rapidement et ne respecte pas la condition de (CLF), seul la méthode des caractéristiques résiste à ce changement de pas tout en restant souple et maniable c'est pourquoi nous allons utilisé cette méthode pour la résolution des équations régissant le phénomène du coup de bélier.

1.2.4 Historique sur les modèles développés simulant le phénomène du coup de bélier:

En ce qui concerne les modèle développé simulant le phénomène du coup de bélier nous citons:

En 1999 **Li** et **McCorquodale** ont proposé un modèle basé sur la MCR " Le calcul dans la zone d'écoulement en charge peut être réalisé à l'aide de la technique des colonnes rigide " ,dont les simulations numériques s'accordent avec les résultats expérimentaux. Toutefois, de même que pour les modèles avec suivi du front de transition, la forme du front d'onde est soumise à de nombreuses hypothèses limitatives.

En 2004 **Zhou** et al. admettent que le front est caractérisé par une interface verticale avançant dans une conduite remplie d'air. Cette interface comprime l'air qui est ensuite expulsé à travers les regards.



En 2006 **Guizani** et al ont mené des expériences qui dont les résultats montrent que la forme du front d'onde est plus complexe, variable, et fortement influencée par la pression amont. De plus, la forme du front a tendance à être plus inclinée à mesure que la pression diminue.

En 2006 **Vasconcelos** et al montrent qu'avec le schéma de Lax-Friedrichs, la célérité de propagation du front d'onde est plus faible lorsque la profondeur et la vitesse sont considérées comme les paramètres de l'écoulement, à la place de la profondeur et du débit.

Les modèles suivants appartiennent à la famille des modèles dits "avec capture de choc": **Garcia-Navarro** et al. (1994), **Capart** et al. (1997), **Vasconcelos** and **Wright** (2007).

Contrairement aux modèles dits "avec Capture de choc", les modèles "avec suivi de choc" procèdent à une poursuite systématique du front de transition à chaque pas de calcul. Afin de simuler les écoulements transitoires. **Wiggert** (1972a), **Song** et al. (1983), **Cardle** et **Song** (1988), **Guo** et **Song** (1990), **Fuamba** (2002b) ont suggéré une procédure de calcul en deux étapes comme suit:

❖ la 1^{er} étape:

calculer les conditions du front de transition en établissant les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement autour du front;

❖ la 2^{ème} étape:

calculer les conditions d'écoulement dans les sections à surface libre et en charge de la conduite à l'aide des équations de Saint-Venant. En tant que schéma numérique, la méthode des caractéristiques (MOC) offre de grandes possibilités. Sa forme explicite facilite la résolution des équations et le calcul des conditions aux limites.

Une comparaison entre les schémas Lax-Friedrichs et MOC-Hartree effectuée par **Sturm** (2000) et **Vasconcelos** et al. (2006b) révèle un retard dans la propagation du front d'onde lorsque l'utilisation de la MOC n'est pas associée à une procédure de localisation du front de transition.

En 2007 **Vasconcelos** et **Wright** ont montré que le modèle TPA est capable de simuler le phénomène de coup de bélier (généralisé par une fermeture subite de la vanne) lorsque la célérité des ondes de pressions de l'écoulement est faible. L'acuité des modèles dits "avec capture de choc" dépend généralement de la performance du schéma numérique de calcul et des variables d'écoulement (Toro, 2001).



1.2.5 Historique sur les méthodes de protection contre le coup de bélier :

L'un des dispositifs classiques et anciens de protection contre le coup de bélier est bien celui de la cheminée d'équilibre. Cet organe de protection a connu de larges applications et développements dans les installations hydro-électriques.

Appelé parfois chambre d'équilibre, il sert à protéger la galerie d'amenée des surpressions dues aux variations de régime de marche des turbines à travers les puits blindés (conduites forcées). Mais en parallèle, la cheminée d'équilibre a trouvé emploi dans la protection des usines élévatoires d'eau pour pallier aux effets nuisibles des surpressions et dépressions, surtout sur les points hauts du tracé des conduites. L'importance de ces ouvrages de formes diverses a conduit à une multitude de recherches théoriques, à l'image de celles de **Eydoux** (1917), **Calame**, **Gaden** et **Gardel** (**Jaeger**, 1977) et **Escande** (1950 et 1971) ; mais la plupart de ces études reposent sur l'approche de l'oscillation en masse (théorie de la colonne rigide) qui ne donne qu'une image simplifiée, et souvent erronée, du phénomène. Il a fallu l'apparition de la méthode graphique de **Bergeron** (1949) pour en donner un essor considérable à l'étude souvent complexe de ces ouvrages, de part son originalité et sa reconstitution fidèle de la propagation des ondes élastiques, qui est l'image précise du phénomène transitoire, mais la méthode devient vite inextricable pour des cas complexes. Ainsi, l'étude complète et précise des systèmes hydrauliques munis de cheminée d'équilibre revient à résoudre les équations différentielles des ondes élastiques dans une conduite en charge, cependant par le recourt aux méthodes de calcul numériques vouées à ce type d'équations. La plus connue de ces méthodes est celle dite des caractéristiques (**Wylie** et **Streeter**, 1978; **Chaudhry**, 1979). De part leur nature hyperbolique, ces équations du mouvement nécessitent des traitements numériques particuliers quant à certains aspects physiques d'apparition de chocs et discontinuités dans la solution, et dont la méthode des caractéristiques souffre. Actuellement, la méthode qui a connu un large écho dans la résolution des problèmes hyperboliques est bien celle des « Volumes Finis », en raison des particularités dont elle jouit (Leveque, 2002).

En (2002-2003). Le logiciel *Hydraulic System* a été développé au Laboratoire de constructions hydrauliques (LCH) de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). La majeure partie de ce logiciel a été conçue par le **Dr Jean-Louis Boillat** et programmée par **M. Paulo de Souza** dans le cadre d'un projet d'enseignement assisté par ordinateur (EAO).

Le logiciel *Hydraulic System*, récemment enrichi de nouveaux objets, se révèle très utile et performant pour les ingénieurs dans la modélisation des réseaux en charge, aussi bien en écoulement stationnaire que transitoire. Il offre la possibilité d'appréhender de manière simple et rapide les phénomènes complexes de l'hydraulique, tels que le coup de bélier dans les réseaux de conduites ou l'oscillation en masse dans les chambres d'équilibre.



1.2.6 Historiques des articles traitent le problème du coup de bélier:

En 1998 **B.Bahrar**. et al, avaient publiés un article intitulé " modélisation du phénomène de coup de bélier avec prise en compte du comportement réel de la conduite "

Cette étude est menée avec un minimum d'hypothèses, tant sur l'écoulement du fluide que sur le comportement de la paroi ou sont également prises en compte les déformations de flexion et de cisaillement ainsi que les effets dynamiques liés à l'inertie de la paroi. Les auteurs ont examiné ainsi le cas où la vitesse de propagation des perturbations dans le matériau de la paroi est supérieur à celle dans le fluide est la plus (cas acier-eau) et celui où la célérité d'ondes dans le fluide est plus élevée cas (polyéthylène-eau). Cette étude est une généralisation de celle menée par **Moodie et al** qui considèrent uniquement le cas du fluide parfait incompressible en conduite mince , avec prise en compte des termes d'inertie et de rotation des sections c'est aussi une extension au cas de conduite où le rapport épaisseur/ rayon de la paroi est non négligeable, des travaux menés au laboratoire de mécanique des fluides de l'I.N.S.A de Lyon par **Bahrar** et **Elkouzai** .

Les hypothèse avec les quelles à démarrer cette étude sont:

- fluide newtonien barotrope avec une compressibilité suffisamment faible pour être négligeable au niveau des termes de viscosité .
- écoulement axisymétrique à trajectoires des particules fluides sensiblement rectilignes avec une vitesse du fluide très faible par rapport à celle de propagation des perturbations .
- dans l'expression des contraintes visqueuses, les gradients longitudinaux de vitesses sont négligeables par rapport aux gradients transversaux (Bahrar et al,1998).

En 2003 , **Salah et als**, ont publiés un travail dont le quel les auteurs ont considéré l'effet de la poussée exercée par le remblai, et il ont pues établir l'expression générale de la célérité dans le cas des conduites enterrées. Pour montrer l'effet du remblai sur l'augmentation de la célérité, un calcul numérique a été effectué en considérant différents matériaux de conduites et les plages courantes du rapport diamètre et épaisseur. L'étude est menée pour le cas des conduites blindées et également pour les conduites simples à parois minces ou épaisses. Pour illustrer l'effet du sol, les auteurs avaient supposé que les conduites sont posées en remblai, de structure homogène. Les résultats sont présentés sous forme de courbes donnant le pourcentage d'augmentation de la célérité d'onde par rapport au cas des conduites libres. L'expression ainsi trouvée est une formule originale et d'une validité générale qui permet de déterminer le coup de bélier dans une conduite enterrée. Les résultats originaux obtenus ont confirmé la partie expérimentale, et ont fait l'objet d'une publication dans une revue internationale de renommée. Cette étude est d'un intérêt pratique important, car elle permet à l'ingénieur concepteur de dimensionner d'une façon adéquate les moyens anti - bélier. (Salah et als ,2003).

En 2005 , **Jlali et als** ,Pour obtenir de manière simple et économique des renseignements d'ordre pratique, les auteurs avaient mis au point une méthode analytique,



déduite de la théorie des caractéristiques et gérée par ordinateur, qui permet de suivre la propagation d'un front d'onde de pression, raide, dans un système de conduites avec prise en compte des pertes de charges. L'algorithme numérique ainsi construit, fournit une estimation de la contrainte maximale due à des manœuvres rapides de vannes. Les calculs par cet algorithme permettent d'obtenir rapidement l'amortissement de l'onde de choc et l'effet des phénomènes de réflexion et réfraction au passage de nœuds ou singularités, bifurcations et changement de caractéristiques des conduites. Le programme permet aussi d'examiner l'évolution de l'onde de coup de bélier à travers les stations de pompage. Les résultats présentés concernent le réseau d'adduction d'eau potable du Sud Tunisien avec ou sans suppresses (Jlali et al., 2005).

En 2006, **Hadj Taïeb et al** ont travaillé sur une modélisation numérique plus simple et plus fiable des écoulements transitoires en régime laminaire, permettant la détermination des profils radiaux de la vitesse axiale, est présentée. Cette modélisation simplifie le modèle théorique de **Prado et Larreteguy** (2002) et la simulation numérique est effectuée par la méthode des différences finies de Lax-Wendroff. (1966). C'est un schéma numérique explicite de précision d'ordre deux à deux pas : prédiction et correction.

Son élaboration est basée sur le caractère conservatif des équations de l'écoulement transitoire. La méthode de Lax-Wendroff est un schéma explicite et obéit à un critère de stabilité qui limite le pas de temps en fonction du pas d'espace.

Afin de valider la modélisation numérique proposée, les résultats obtenus sont comparés avec les résultats expérimentaux, numériques et analytiques disponibles dans la littérature.

Les auteurs doivent effectuer des tests pour la validation de leur résultats ils font deux types de validations :

- Validation expérimentale :

Dans ce premier test, les résultats obtenus sont comparés avec ceux de l'expérience de **Holmboe et Rouleau** (1967) concernant le phénomène du coup de bélier dans une installation hydraulique représentée. Dans ce cas le nombre de Reynolds de l'écoulement permanent initial est $Re \approx 7700$ et l'écoulement transitoire est provoqué par la fermeture brusque de la vanne.

- Validation analytique :

Dans une étude analytique de l'écoulement transitoire laminaire basée sur les équations de l'oscillation en masse, **Bird** (1968) a considéré un fluide de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ constantes, s'écoulant dans une conduite horizontale, cylindrique de rayon R et de longueur L assez grande. Initialement, le fluide est au repos.



Afin de valider le modèle proposé, les auteurs avaient examinés le même régime d'écoulement étudié par **Bird** en considérant l'installation hydraulique pour laquelle le régime transitoire est provoqué par l'ouverture instantanée de la vanne. La comparaison des profils de vitesse, montre une excellente correspondance entre les résultats analytiques et ceux du modèle proposé.

les auteurs conclues que les profils radiaux de la vitesse instantanée en régime transitoire laminaire ne sont pas paraboliques. les résultats du modèle analytique ne sont pas corrects quand les effets de réflexion de l'onde de pression sont importants. Les profils de vitesse obtenus par ce modèle sont les mêmes à n'importe quelle section de la conduite.

En vue de résoudre le problème des écoulements transitoires laminaires, un modèle mathématique, inspiré de celui de **Prado** et **Larreteguy**, et fournissant les profils radiaux de la vitesse axiale instantanée est présentée. Le modèle est basé sur le développement polynomial des profils radiaux de la vitesse axiale. Pour mieux représenter ces profils, des vitesses moyennes pondérées ont été définies tout en vérifiant des équations supplémentaires ajoutées aux équations de base habituelles. Les équations ainsi obtenues ont été résolues numériquement par la méthode aux différences finies de Lax-Wendroff. Cette approche, comparée au modèle quasi-stationnaire habituel, permet une meilleure représentation des variables considérées en régime transitoire, et surtout la représentation des profils de la vitesse et la contrainte de cisaillement pariétale. Les résultats fournis par le modèle proposé concordent parfaitement avec les données expérimentales et numériques obtenues par d'autres auteurs. La comparaison avec la solution analytique doit être considérée comme préliminaire en raison des simplifications théoriques du modèle analytique. Quand le transitoire est rapide, les effets de l'onde étaient clairement visibles mais le modèle du mouvement en masse ne donne pas de bons résultats et le modèle numérique est exigé pour obtenir des résultats plus précis (Taïeb et als, 2006).

En ce qui concerne les écoulements transitoires laminaires. Des modèles plus approfondis ont été proposés pour permettre leur résolution.

Nous pouvons citer, à titre d'exemple, ceux de **Zielke** (1968), de **Trikha** (1975), de **Brunone** et al. (1991) et **Vitkovsky** et **Simpson** (1998).

Dans ces modèles, le terme de frottement est en fonction, non seulement de la vitesse moyenne instantanée, mais aussi des fluctuations de la vitesse et des vitesses antérieures. Plus récemment, **Vardy** et al. (1991) ont proposés un modèle bidimensionnel avec discrétisation du domaine sous la forme d'un ensemble d'anneaux cylindriques concentriques, et résolution du problème transitoire pour chacun d'eux.

Les études faites par **Vardy** montrent que les profils de vitesse instantanée en régime transitoire ne sont pas paraboliques. Puisque le frottement du fluide dépend étroitement de la distribution des vitesses, il ne peut donc être exprimé comme en régime permanent. Pour calculer les contraintes de cisaillement pariétal dans un écoulement transitoire laminaire en conduite, un nouveau modèle, basé sur le développement



polynomial des profils radiaux de la vitesse axiale, a été proposé par **Prado et Larreteguy** (2002). La résolution numérique de la formulation mathématique élaborée a été obtenue par la méthode des caractéristiques à trois directions.

En 2008, **Gargouri et als** ont publié une étude dans la quelle les auteurs ont examiné par simulation numérique , la possibilité de réduire les pressions provoquées par le phénomène du coup de bélier dans un réseau de conduites quasi-rigides en remplaçant l'une des conduites du réseau par une conduite viscoélastique en polymère. Le modèle numérique développé est constitué d'un système de deux équations aux dérivées partielles non-linéaires de type hyperbolique résolu par la méthode des caractéristiques avec mise en mémoire et interpolation. Le calcul au niveau des nœuds est effectué par la résolution d'un système linéaire avec prise en considération des conditions aux limites imposées. La loi de comportement de la conduite viscoélastique est décrite par le modèle de **Kelvin-Voigt**. Afin de simplifier les calculs, les auteurs sont limités à l'élément élastique de ce modèle. Pour les applications, un code de calcul écrit en langage **Fortran** a été élaboré. Les résultats obtenus montrent bien l'effet de l'élasticité des parois sur l'évolution et l'amortissement des ondes de pression dans les réseaux de conduites (Gargouri et als, 2008).

En 2009, **Thevenet** publia un article porte sur l'étude du coup de bélier dans les réservoirs d'aéronefs provoqué par l'impact d'une balle de petit calibre. Dans un premier temps, les phénomènes physiques sont appréhendés par la voie expérimentale sur des structures simplifiées remplies d'eau. Dans un second temps, le coup de bélier est traité par la simulation numérique avec le code de calcul Radioss permettant le couplage fluide – structure. Après cela les résultats de calculs sont comparés à ceux des essais. De manière à voir la validité de ces derniers (Thevenet,2009).

En 2010 ,**Yong et als** ont publiés un article qui présente une enquête analytique des coups de bélier dans une hydraulique Système de tuyau sous pression avec une chambre d'équilibre à étranglement située à la jonction entre un tunnel et une conduite forcée , et une soupape positionnée à l'extrémité aval de la conduite forcée . De formules analytiques pressions maximales de marteau d'eau à l'extrémité aval du tunnel et de la soupape ont été dérivées pour un système linéaire et soumis à une lente fermeture de la vanne. Les résultats d'analyse ont ensuite été comparés avec celles obtenues numériques en utilisant la méthode de caractéristiques. Il existe un accord entre eux.

Les formules peuvent être appliquées à l'estimation de la pression de coup de bélier à la soupape de transmission et pression de marteau d'eau à travers la chambre de surpression à la jonction d'un système de conduite hydraulique avec une surtension de chambre (Yong et als, 2010).

En 2011, **Abdessemed et al** publièrent un travail ,dans le quel les auteurs ont étudiées les conduites à caractéristiques variables ; cas des variations de sections ou d'existence de



bifurcations, afin de mieux cerner ce phénomène transitoire de propagation des ondes élastiques suite aux fermetures des vannes se produisant le long des conduites gravitaires en charge et qui sont proportionnelles aux dimensions de ces installations hydrauliques.

De plus cette étude a été basée sur le cas d'un écoulement unidimensionnel sans tenir compte des changements extérieurs comme les changements de la température de l'eau, de sa densité...etc. Il est bien évident aussi que beaucoup d'autres paramètres doivent être pris en considération comme les variations de la température ambiante ou la densité du liquide entre autre vu que le phénomène est très complexe.

Les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations des ondes sont La méthode des différences finis et La méthode des caractéristiques

Dans leur étude comparative entre les deux méthodes précédentes les programme choisis sont programme WHAMO (utilisant la MDF) et le logiciel AFT Impulse (utilisant la MDC) pour la simulation des résultats obtenus.

l'analyse des modèles leur a permis de faire les remarques suivantes :

-Une modélisation en 2D augmente considérablement la complexité du code. Comme il est évident que générer un modèle en 3D à tout un réseau de conduites devient excessivement coûteux. Par conséquent les modèles unidimensionnels ne peuvent être mis en échec pour le moment bien que la dynamique des écoulements dans les conduites et les canaux soit un phénomène bidimensionnel voir tridimensionnel (Abdessamed er al ,2011).

En 2013, **Amara et als** ont publiés un travail basé sur une approche numérique aux volumes finis (schéma de Godunov de premier ordre), est présentée pour la simulation de la réponse dynamique des cheminées d'équilibre. Après avoir rappelé les équations différentielles hyperboliques gouvernant la propagation des ondes élastiques en charge, les détails de discrétisation du modèle mathématique par le schéma de Godunov sont donnés ainsi que l'intégration du terme source et l'implémentation des conditions aux limites. L'application est faite sur un aménagement hydro-électrique type muni d'une cheminée d'équilibre prismatique. Les résultats sont analysés et comparés à la théorie simplifiée de l'oscillation en masse fréquemment utilisée dans certains cas.

les auteurs ont appliqués une approche numérique aux Volumes Finis pour la résolution des équations aux dérivées partielles gouvernant les écoulements non permanents en charge. Ceci visait à simuler le comportement transitoire d'un système hydraulique muni d'une cheminée d'équilibre pour en prédire sa réponse dynamique.

A cet effet, en premier lieu, la méthode de discrétisation du modèle mathématique des ondes élastiques en charge par Volumes Finis a été présentée ainsi que les techniques d'implémentation des conditions aux limites et du terme source.

Les auteurs ont choisis d'appliqué un schéma de Godunov de premier ordre en raison de ses particularités, notamment de capture de choc. Le système hydraulique simulé est un aménagement hydro-électrique typique pourvu d'une chambre d'équilibre



prismatique. Un seul scénario a été étudié, qui est celui d'un rejet instantané de la charge sur les turbines, pour montrer l'application du modèle numérique présenté ici pour ce type de problèmes d'écoulement transitoire.

les calculs ont montré une très bonne concordance avec ceux basé sur la théorie de l'oscillation en masse. Néanmoins, cette dernière approche néglige les effets d'élasticité (fluide et parois) et par conséquent ne considère pas le caractère réel de propagation d'ondes. Ainsi, le modèle numérique présenté basé sur la théorie des ondes élastique reproduit fidèlement la propagation des ondes du coup de bélier venant de la conduite forcée, effet mis en relief par les harmoniques observées sur les résultats de simulation.

L'étude paramétrique portant sur les dimensions de la cheminée a révélé l'influence de l'effet capacitif de l'ouvrage sur la capacité de transmission et de réflexion des ondes de la conduite forcée. Il a été observé que l'amplitude des fluctuations du niveau d'eau dans la chambre ainsi que la fréquence propre est inversement proportionnelle au diamètre de cette dernière (Amara et als, 2013).

En 2013, **Escande** publia un article ,dans ce dernier l'auteur s'est basé sur l'étude du maximum d'amplitude des surpressions et dépressions consécutive à une fermeture complète instantanée, dans le cas d'une conduite à caractéristique multiples met en évidence de valeurs supérieures à celles que conduirait à envisager, suivant un raisonnement pourtant séduisant a priori, la considération du seul tronçon, mettant en jeu la vitesse et la célérité les plus élevé (Escande,2013).

1.3 Conclusion:

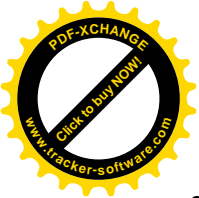
Cet aperçu bibliographique nous a permis de savoir que les phénomènes transitoires ont fait l'objet de plusieurs études ainsi que l'élaboration et le développement de divers théories et que les premières investigations directes relatives au coup de bélier ont été effectuées par **Menabrea** . Divers articles apparus dans les revues scientifiques ont traité ces phénomènes et ils ont exposées l'avancement des recherches concernant le calcul qui a débuté par la méthode graphique et avec l'apparition de l'outil informatique des modèles ont été élaboré de manière à faciliter l'exécution des calculs.

En 2003 un article avait traité les problèmes du coup de bélier et ces effets dans les réseaux ramifiés cas rang -2- , les auteurs **Salah et als** avaient utilisé la méthode des caractéristique pour la résolution des équations régissant le mouvement transitoire dans les conduite comportant une ramification nous utiliserons les résultats obtenues par les auteurs pour l'aboutissement de notre travail dont le quel nous utiliserons un programme bien spécifique à notre cas pour connaitre le comportement du système vis-à vis du phénomène . Ce que nous pouvons conclure c'est que ce chapitre nous a permis de cerner la problématique de notre étude et cela va faciliter l'élaboration d'un modèle de calcul basé sur cette étude bibliographique.



Chapitre -2-

**ETUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU
REGIME TRANSITOIRE**



2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons étudier la célérité d'onde générée dans le cas d'un régime transitoire, lorsque ce dernier n'est plus en état d'équilibre avec la modification locale et temporaire de certaines grandeurs physiques: de déplacement , de pression , de masse volumique....etc. La propagation de l'onde modifiera les propriétés du milieu dans lequel elle se propage. Nous identifions deux type d'ondes :

- Les ondes mécaniques : ondes acoustiques dans un fluide, ondes dans les solides , ondes sur une corde vibrante..... etc.
- Les ondes électromagnétique : ondes lumineuses, ondes radioélectriques,..... etc.

Pour notre cas nous nous intéresserons au ondes mécaniques , dont la valeur sera déterminer pour différents types de conduites.

2.2 Les régimes d'écoulement :

nous avons deux régimes d'écoulement qui sont comme suit :

a- Le régime permanent :

Nous parlons d'un régime permanent si L'écoulement du liquide conserve en tout point de la conduite les paramètres hydrauliques (Q, V, h, p.....) dans une section donc nous n'avons pas de variations en fonction du temps, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0 ; \frac{\partial V}{\partial t} = 0 ; \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \dots \dots \text{etc.} \quad (2.01)$$

Ainsi les équations de mouvement se réduisent qu'à une seule, qui peut être obtenue en écrivant pour un volume élémentaire quelconque du liquide l'équilibre des forces de pression, de pesanteur et d'inertie, Soit :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + g \frac{dz}{dx} + v \frac{dv}{dx} = 0 \quad (2.02)$$

avec :

x : abscisse compté horizontalement,

Z : altitude du volume élémentaire,

v : vitesse du volume élémentaire,

b- Le régime non permanent ou transitoire:

L'écoulement du liquide est dit non permanent ou transitoire si les grandeurs physiques (Q, V, h, p.....) caractérisant l'écoulement varient dans le temps, dans chaque point de l'espace c'est-à-dire :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0 ; \frac{\partial V}{\partial t} \neq 0 ; \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0 \dots \dots \text{etc} \quad (2.01')$$



En d'autre terme, le mouvement du liquide consiste en une propagation, le long de x d'ondes de pression et de vitesse. Le mouvement transitoire est essentiellement dû à l'inertie de la masse liquide en mouvement dans l'installation. Donc, nous pouvons considérer qu'une variation d'état ou de régime, en un lieu quelconque d'une conduite, se propage de part et d'autre sous la forme d'une onde plane caractérisant l'écoulement non transitoire (Bergeron,1950).

2.3 Effet de la perturbation de l'équilibre sur les pressions:

Si nous considérons la conduite dans laquelle circule un liquide en régime permanent, le niveau de la pression est fort raisonnable, soit inférieur à celui de la pression hydrostatique dans des conditions d'écoulement nul. Qu'advient-il lorsque, pour une raison ou une autre, il y a une modification temporelle de l'écoulement par accélération ou décélération, nous nous basons sur les principes de la mécanique newtonienne. Il y aura un transfert d'énergie entre les énergies potentielles et cinétiques pour chercher à atteindre un nouvel équilibre en tenant compte des pertes et sans transgresser le principe de conservation de l'énergie.

Cette réponse, toute rigoureuse, peut nous paraître bien aride et nous pouvons nous demander comment cela peut s'appliquer au simple cas de la masse d'eau qui circule en régime permanent dans une conduite et qui voit son mouvement modifié. Partant des principes que, dans un fluide, l'énergie potentielle se traduit par une énergie de pression et que, d'autre part, l'eau n'est pas absolument incompressible et que la conduite admet de déformations élastiques, nous pouvons faire des analyses sur des cas particuliers (Robert,2004).

2.4 Description du phénomène transitoire :

Quand le régime d'écoulement dans une conduite fermée se trouve modifié brusquement, il se produit une série d'ondes de pressions, qui se propagent sur toute la longueur de la conduite, et qui s'amortissent progressivement en raison des pertes d'énergie dues aux forces de frottement. Ainsi toute phase d'opération produisant des modifications de la pression dynamique du fluide ou plus précisément créant des trains d'ondes de pressions peut présenter un risque de « coup de bélier ».

Les trains d'ondes se réfléchissent aux extrémités et se propagent dans un sens puis dans un autre. Ces trains d'ondes successifs créent des pressions et des dépressions suivant leur sens de propagation et suivant les différents points considérés de la conduite.

Les variations de pression qui s'ajoutent algébriquement à la pression normale qui règne peuvent en résulter des surpressions qui peuvent devenir dangereuses conduisant à la formation d'occlusions gazeuses dont la résorption peut amplifier dangereusement l'onde de surpression au moment de son retour.

L'écoulement transitoire est dit unidimensionnel quand les composantes verticale et transversale de la vitesse par rapport à la composante longitudinale sont négligeable .



2.5 Classification des écoulements instationnaires ou des phénomènes transitoires:

2.5.1 Oscillation en masse ou montée subite :

Ce terme se réfère à des situations d'écoulements instationnaires où le changement initial du mouvement du fluide est lisse et où le temps pour que les conditions importantes imposées changent est lent comparé avec le temps mis par une onde de pression pour passer à travers la colonne de fluide.

Dans les stations de pompes cette situation peut être provoquée par exemple par l'installation des chambres à air (pour protéger la ligne de charge) ou des réservoirs de montée subite (pour protéger la conduite d'aspiration). Dans ces systèmes les effets élastiques sont petits comparés aux effets d'inertie de la colonne liquide. Un changement du mouvement régulier du fluide causera des oscillations de masse avec un long temps d'oscillation. Le comportement de la colonne liquide dans un système de montée subite peut être évalué en utilisant la théorie de la colonne rigide (théorie d'écoulement incompressible).

La théorie de la colonne rigide considère que toute la colonne du fluide en s'accéléralant ou en ralentissant à la même valeur dans toute sa longueur et se comporte comme un solide incompressible et considère le système de conduites comme non élastique (Schubert,2002).

2.5.2 Coup de bélier ou écoulement transitoire :

Ce terme se réfère à des situations d'écoulements transitoires où le changement du mouvement du fluide est comparativement rapide et le temps pour que les conditions imposées changent est court comparé avec le temps mis par une onde de pression pour passer à travers la colonne de fluide. Le comportement de la pression transitoire est régi par l'inertie du mouvement de l'eau et l'élasticité combinée de l'eau et du système de conduites. En général ces deux paramètres qui sont l'inertie et l'élasticité sont pris en compte, c'est la théorie de l'écoulement compressible (Schubert,2002).

2.5.3 Oscillations de la pression ou résonance :

Le terme de résonance se réfère à un phénomène oscillatoire dans les systèmes de conduites dans lesquels l'amplitude des oscillations instationnaires s'accumule avec le temps jusqu'à ce qu'une défaillance se produise ou jusqu'à ce que l'écoulement oscillatoire stationnaire atteigne une amplitude considérable. La résonance se produit seulement dans/près d'une des périodes normales, fondamentales ou harmoniques d'un système. Il doit y avoir un mécanisme imposé qui produit un afflux d'énergie pendant chaque cycle par des oscillations d'écoulements ou de pressions induites.

L'amplitude des oscillations excitées peut être très petite, mais si la fréquence rencontre une des périodes normales du système, il se produit une amplification des perturbations et une résonance rapide. Plusieurs excitations sont bien connues par exemple oscillation de la vanne automatique de control d'écoulement ou de pression, sortie de palpitation d'une pompe à mouvement alternatif, fonctionnement d'une turbopompe dans la partie instable de la courbe caractéristique de la pompe, vibration des ailettes de guidage. Les études sur les écoulements oscillatoires peuvent être effectuées par la méthode d'impédance, qui utilise des fonctions de transfert pour la pression, l'écoulement, et



l'impédance. Cette méthode comporte l'utilisation de l'arithmétique complexe (Schubert,2002).

2.5.4 Oscillations de la structure :

Sous les conditions de l'écoulement transitoire des effets alternatifs entre le fluide et le système de conduites peuvent causer les mouvements axiaux et radiaux instables de la structure. Des forces dans la fondation peuvent se produire selon les conditions statiques du système de conduites, qui dépassent les forces durant les conditions d'écoulements stationnaires. En particulier, les fluctuations de l'oscillation stationnaire peuvent être dangereuses (Schubert,2002).

2.6 Relation entre l'onde élastique et l'oscillation en masse :

Les variations de régime dans un système sous pression peuvent adopter deux comportements différents. Si le système est fermé, c'est-à-dire qu'il ne contient pas d'endroit où il est possible d'accumuler de l'eau en grande quantité, nous observerons une variation locale importante de la pression; c'est le coup de bélier par onde élastique. Dans le cas où l'eau peut être accumulée dans un réservoir ou une cheminée d'équilibre nous parlerons plutôt d'oscillation en masse. donc les régimes transitoires en charge peuvent être divisés en deux catégories principales (Hug,1975).

Les facteurs déterminant la célérité de la propagation de l'onde du coup de bélier sont :

- La vitesse d'écoulement en régime initial (généralement le régime est permanent) dans la conduite .
- Le module d'élasticité du matériau constituant la conduite .
- Le module d'élasticité de l'eau .
- Le diamètre intérieur de la conduite .
- L'épaisseur des parois de la conduite .
- La durée de fermeture de la vanne .
- La longueur de la conduite .

2.7 Etude des ondes élastiques :

2.7.1 Description d'un guide d'ondes élastiques :

Lorsque le milieu de propagation considéré est borné dans au moins une direction et invariant dans une direction perpendiculaire à la première, ce dernier constitue ce que l'on appelle un guide d'ondes. Les ondes vont subir des réflexions successives sur la frontière du guide et engendrer des ondes guidées. La direction de propagation de ces ondes s'appelle l'axe de propagation et correspond à une direction d'invariance du milieu. En élasto dynamique , il existe donc deux types de géométrie susceptibles de guider les ondes, qui sont les cylindres et les plaques. Le cylindre est obtenu par extrusion d'une surface quelconque fermée (non nécessairement circulaire), la résonance transverse s'effectuant dans la section et la propagation dans la direction d'extrusion. Dans le cas de la plaque, la résonance a lieu dans l'épaisseur et la propagation peut avoir lieu dans n'importe quelle direction perpendiculaire à

l'épaisseur. Précisons que lorsque nous parlons de direction d'invariance, cela signifie que aussi bien la géométrie que la composition du milieu de propagation doit rester invariante. Ainsi, un guide peut être hétérogène si cette hétérogénéité est constante dans la direction de propagation. De même, la condition sur le bord du guide doit rester la même tout le long du guide .

2.7.2 Présentation des ondes des écoulements transitoires :

Les liquides sont considérés comme étant incompressibles. mais dans les milieux réels la ou nous avons de rapides variations de pression ils présentent une certaine compressibilité dont nous devons tenir compte .

Quand un milieu matériel subit des variations de pression d'origine quelconque, nous obtenons une propagation de la perturbation dans toutes les directions. Cette vitesse de propagation n'est pas infinie, mais ;

-Si les variations de pression sont lentes nous admettons qu'elles se distribuent à travers tout le milieu offert immédiatement.

-Si au contraire les variations de pression sont rapides, ici nous aurons une répartition des pressions dans le milieu non uniforme, à chaque instant.

Naturellement les expressions variations lentes ou rapides n'ont pas de signification absolue, elles n'ont de sens que si nous considérons simultanément les dimensions du milieu affecté par l'onde de coup de bélier et la célérité de ces ondes (Comolet ,1979).

Pour illustrer ces variations, nous considérons un réservoir contenant de l'eau au repos et nous supposons qu'au moyen d'une pompe par exemple, en un point A de la surface libre nous pouvons ajouter ou retirer une certaine quantité de l'eau comme dans la figure(2.01).

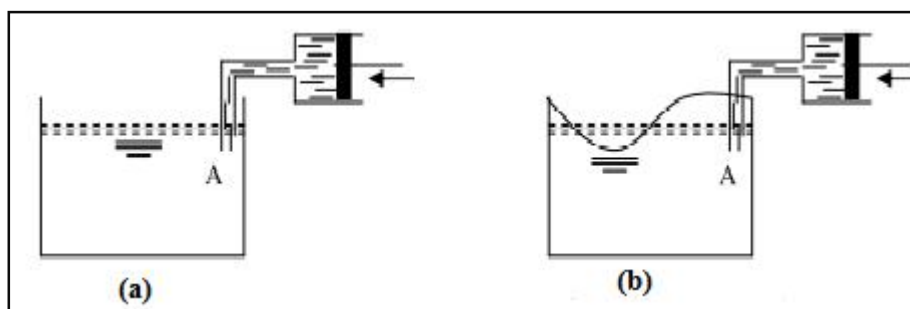


Figure 2-1 : Schéma d'illustration des variations de pressions.

(a) : pompe à rythme lent / (b) pompe à rythme rapide

-Si le rythme de la pompe est lent, comme nous pouvons le voir la surface libre de l'eau s'élève ou s'abaisse lentement tout en restant pratiquement horizontale à chaque instant.

-Si le rythme de la pompe est rapide, nous constatons au contraire une intumescence naître en A et se propager à la surface libre, celle-ci ne restera plus horizontale.



2.7.3 Propagation des ondes des écoulements transitoires :

La propagation d'une onde des écoulements transitoires en charge est un processus de transport d'énergie. Ce sont les phénomènes de compressibilité qui permettent d'expliquer la propagation des ondes élastiques dans les milieux matériels (Morel et al,1969).

La compressibilité d'un milieu fluide, peut être définie au moyen de son module d'élasticité ε donné par la relation suivante :

$$\frac{dp}{\varepsilon} = \frac{dp}{\rho} \quad (2.03)$$

ou bien ;

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = \frac{dp}{d\rho}$$

entre la variation relative de $\frac{dp}{\rho}$ la masse et la variation dp qui la produit nous pouvons arriver à cette expression :

$$\varepsilon = - \frac{dp}{\frac{dw}{w}} \quad (2.04)$$

dw : étant la variation du volume w produite par une variation de la pression dp . Le signe moins et dû à la diminution volume spécifique engendré par l'augmentation de la pression .

Nous remarquons que le rapport donné par la formule (2.01) a les dimensions du carré de la vitesse du son dans le fluide considéré .

$$c^2 = \frac{\varepsilon}{\rho}$$

ou :

$$c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} \quad (2.05)$$

c : étant la vitesse du son dans l'eau .

Nous introduirons également le module de compressibilité K qui est égal à l'inverse de ε . [R.Comolet .1979].

$$K = \frac{1}{\varepsilon} \quad (2.06)$$

Sous l'action de la pression p , la matière de la canalisation est soumise à une contrainte σ . Soit une conduite de longueur L et d'épaisseur e soumise à la pression p .

Nous considérons l'équilibre de la moitié de la conduite qui se trouve dans la figure (2.02) comme suit:

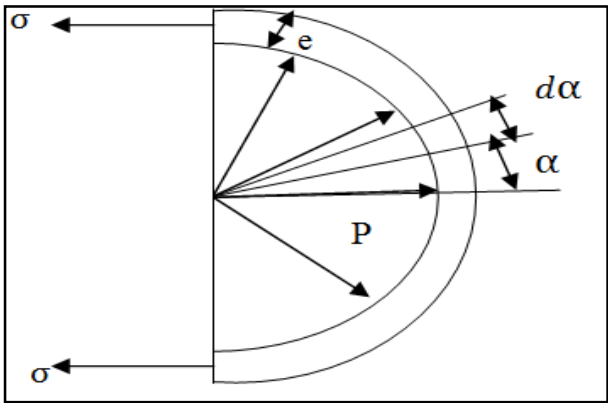


Figure 2-2 : Schéma de dilatation de la conduite.

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p \cos \alpha dS - 2\sigma L e = 0$, puisque : $dS = L r d\alpha$; nous aurons:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p L r \cos \alpha d\alpha - 2\sigma L e = 0$$

d'où ;

$$\sigma = \frac{pD}{2e} \tag{2.07}$$

avec ;

D: diamètre de la conduite .

e : épaisseur de la paroi.

La variation de la pression dp entraine une variation de la contrainte d sigma nous obtenons alors;

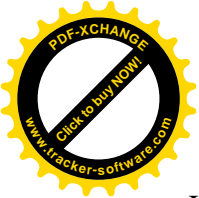
$$d\sigma = \frac{D}{2e} dp \tag{2.08}$$

L'augmentation de la contrainte d sigma c'est un effort qui entraine une variation du diametre donc une déformation qui est évaluée par la loi de **Hooke**.

$$d\sigma = E \frac{dD}{D} \tag{2.09}$$

E étant le module d'élasticité de la paroi (module de **Young**)

comme nous pouvons le remarquer nous avons ici la dilatation transversale et pas la manifestation de la dilatation longitudinale .



Les modules ε et E sont liés par la relation :

$$\varepsilon = \frac{E}{3(1 - 2\sigma')} \quad (2.10)$$

Où ; σ' est le coefficient de Poisson, il est toujours inférieur à 0,5 et qui dépend du solide envisagé.

L'accroissement du diamètre d'une valeur de dD entraîne un accroissement de la section dS tel que:

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dD}{D} \quad (2.11)$$

Donc :

$$\frac{dS}{S} = \frac{2dD}{D} = \frac{D}{eE} dp \quad (2.12)$$

Les phénomènes de compressibilité et de dilatation nous permettent d'expliquer la propagation des ondes de coup de bélier dans les milieux matériels et que le postulant déjà annoncé associé à ces phénomènes suffit pour trouver, sans aucun autre appareil mathématique les lois fondamentales des variations de régimes en faisant appel uniquement aux principes élémentaires de la mécanique physique (Bergeron , 1950).

2.7.4 Propagation d'une onde des écoulements transitoires dans un milieu fluide indéfini :

Dans un fluide parfait indéfini, les seules ondes susceptibles de se propager sont des ondes longitudinales, c'est-à-dire des ondes provoquant des déplacements de particules normalement aux surfaces d'ondes. Dans le cas d'ébranlements infiniment petits, nous appellerons[C] la vitesse de propagation d'une onde plane ou célérité des ondes.

Il est à noter qu'il vaut mieux parler de célérité que de vitesse des ondes, car la notion de vitesse évoque le déplacement de particules matérielles dans un certain sens et avec une certaine rapidité. Quand une onde se propage avec une célérité c , dans un milieu primitivement au repos, aucune particule ne la suit avec cette vitesse. Les particules sont bien mises en mouvement par le passage de l'onde, mais reviennent ensuite à leur position initiale. Soit en effet une onde plane se propageant avec la célérité U et soit V la vitesse d'une particule au passage de l'onde.

Nous considérons une tranche fluide d'épaisseur dx , nous appliquerons les principes de mécanique comme le montre la figure (2.03) .

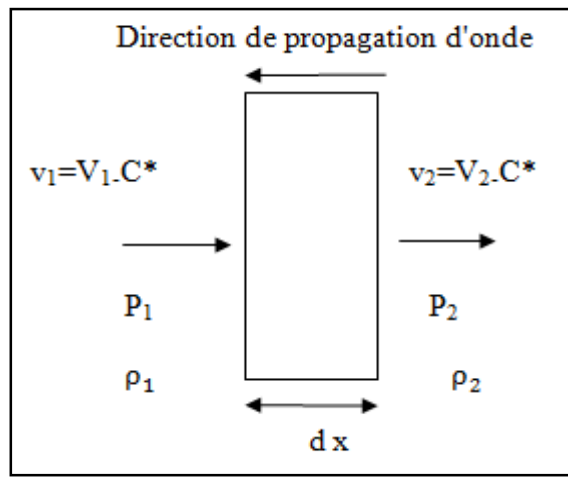


Figure 2-3 : Schéma de propagation d'onde dans un milieu fluide indéfini .

Pour n'avoir à étudier qu'un phénomène stationnaire, nous pouvons utiliser un système de référence mobile lié à l'onde, donc se déplaçant avec la vitesse C^* . les vitesses relatives v sont données par :

$$v = V - C^* \tag{2.13}$$

Tandis que les pressions et les masses volumiques ne sont pas changées. L'équation de continuité est donc :

$$\rho_1 (V_1 - C^*) = \rho_2 (V_2 - C^*) = q \tag{2.14}$$

et le théorème de quantité de mouvement donne :

$$q [(V_2 - C^*) - (V_1 - C^*)] = p_1 - p_2 \tag{2.15}$$

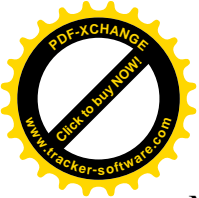
nous pouvons déduire que :

$$v_1 = V_1 - C^* = \pm \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho_1 - \rho_2} \right)} \tag{2.16}$$

$$v_2 = V_2 - C^* = \pm \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2} \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho_1 - \rho_2} \right)} \tag{2.17}$$

La vitesse de propagation C^* de l'onde est en fonction des variations de pression et de masse volumique qui se produisent à son passage. S'il s'agit d'un ébranlement fini se propageant dans un fluide au repos, le front de l'onde (pour lequel $V_1 = 0$), se déplace avec une célérité égale à :

$$C^* = v_1 = \pm \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\Delta p}{\Delta \rho}} \tag{2.18}$$



Mais s'il s'agit d'ondes acoustiques ordinaires pour lesquelles les perturbations produites sont infiniment petites, V_1 et V_2 sont négligeables devant C^* , les deux formules (2.16) et (2.17) conduisent à la même expression:

$$|C^*| = C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \tag{2.19}$$

Qu'il est facile de combiner avec l'équation (01) pour retrouver la formule (05). Cette expression montre en particulier que la valeur de C dépend de la relation liant dp et $d\rho$, donc de la loi de transformation affectant le fluide au passage de l'onde.

Dans le cas des ondes des écoulements transitoires, les phénomènes sont suffisamment rapides pour que nous pouvons supposer qu'il ne se produit pas d'échanges thermiques entre couches fluides (Ouziaus et al, 1978).

2.7.5 Propagation d'une onde des écoulements transitoires dans une conduite cylindrique :

Les ondes élastiques longitudinales peuvent aussi se propager dans le fluide contenu dans une conduite cylindrique. Faisant abstraction des perturbations provoquées par le frottement sur les parois, on peut admettre que pour une conduite cylindrique, la propagation s'effectue encore par ondes planes perpendiculaires à l'axe de la conduite. Mais la célérité C' des ondes est différente de la valeur calculée précédemment, car l'équation de continuité est modifiée. En effet, sous l'action des variations de pression provoquées par l'onde, les parois de la conduite se déforment. Ces déformations sont petites en général, mais au même titre que les variations de la masse volumique qui le sont aussi, il faut en tenir compte dans les calculs (Metreveli, 1990).

Reprenons le raisonnement effectué à propos de la propagation dans un milieu indéfini et considérons le cas d'un ébranlement infiniment petit. Pour une tranche de section S se déplaçant avec la célérité de l'onde, l'équation de continuité s'écrit :

$$q_m = S v \rho = \text{cte} \tag{2.20}$$

$$dq_m = d(S v \rho) = 0 \tag{2.21}$$

Donc :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{dv}{v} = 0 \tag{2.22}$$

comme le montre ce schéma figure (2.04).

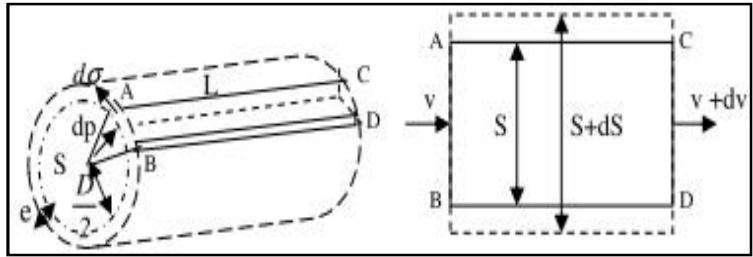


Figure 2-4: Propagation d'une onde dans une conduite cylindrique déformable (Comolet ,1979).

Le théorème de la quantité de mouvement s'écrit comme suit:

$$-(q_m v + p S) + q_m (v + dv) + (p + dp) (S + dS) = 0 \quad (2.23)$$

$$q_m dv + S dp + p dS = 0 \quad (2.24)$$

En éliminant q_m et en divisant par S nous obtenons :

$$\rho v dv + dp + p \frac{dS}{S} = 0 \quad (2.25)$$

En éliminant dv entre (20) et (23) nous aurons :

$$-\rho v^2 \left[\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} \right] + dp + p \frac{dS}{S} = 0 \quad (2.26)$$

$$-\rho v^2 = \left[\frac{d\rho + p \frac{dS}{S}}{\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S}} \right] \quad (2.27)$$

portons les expressions $(d\rho / \rho)$ et (dS/S) tiré de (2.01) et (2.10) nous obtenons:

$$v = C' = \sqrt{\frac{\epsilon}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\epsilon D}{E e}}} \quad (2.28)$$

Ou ;

$$C' = \frac{C}{\sqrt{1 + \frac{\epsilon D}{E e}}} \quad (2.29)$$

Donc :



$$C' = \frac{1}{\sqrt{\rho \left[\frac{1}{E} + \frac{D}{E e} \right]}} \quad (2.30)$$

qui est la formule d'**Alliévi**.

le rapport (C'/C) se rapproche de l'unité dans le cas ou ($\varepsilon D / e E$) tend vers 0 cas des tuyaux infiniment rigide ou infiniment épais ou bien fluide très compressible) (Salah et als ,2003).

2.7.6 Célérité d'onde de coup de bélier dans une conduite enterrée :

Dans la formule (2.30) l'effet du sol n'avait pas été pris en considération une étude ayant apparue dans **Larhyss Journal** avait été élaboré de manière à considérer l'effet des sols et leurs influences sur la propagation de l'onde .

nous avons ;

$$\frac{1}{C'^2} = \rho \cdot \left[\frac{dp}{\rho dp} + \frac{dS}{Sdp} \right] \quad (2.31)$$

Celle-ci montre l'effet de la compressibilité du liquide et de la déformabilité de la conduite respectivement par les termes $dp / (\rho dp)$ et $dS / (Sdp)$.

Dans ses travaux de recherche, **B. Salah** (2003) détermine cette déformabilité pour le cas d'une conduite à multi parois enterrée (blindage, béton, sol), en tenant compte des différents coefficients de Poisson des matériaux formant cette conduite. Ainsi dans l'hypothèse d'une élasticité linéaire, des déformations longitudinales nulles, et d'épaisseur de blindage e_m inférieur au rayon l'auteur obtient :

$$\frac{dS}{Sdp} = \frac{2da}{adp} = (1 - v_m^2) (1 - \alpha) \frac{2a}{E_m e_m} \quad (2.32)$$

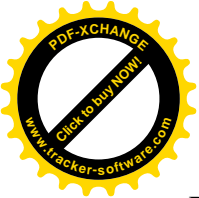
$$\alpha = \frac{p_a}{p} = \frac{(1 - v_m) a}{(1 - v_m) a + \frac{E_m e_m}{E_c} G} \quad (2.33)$$

$$G = \frac{E_c (1 - v_s)(1 - v_c)[b^2 + a^2 (1 - 2v_c)] + E_s (1 - v_c)^2 (1 - 2v_c)(b^2 - a^2)}{E_c (b^2 - a^2)(1 - v_m)(1 - v_s) + E_s (1 - v_c)(1 - v_m)[b^2 + a^2 (1 - 2v_c)]} \quad (2.34)$$

A l'aide de l'équation (2.29) nous aurons;

$$C_1 = \frac{\rho}{K_e} = \left[1 + K_e \frac{(1 - v_m^2) G}{(1 - v_m) a E_c + E_m e_m G} \right] \quad (2.35)$$

C_1 : est une expression originale et générale qui permet de déterminer la célérité de l'onde dans les conduites enterrées et les galeries rocheuses .



Dans le cas ou , il s'agit d'un réseau formé de conduites simples enterrées et à paroi mince, cette expression peut être facilement adaptée en considérant uniquement la présence du blindage (tôle). Ainsi, il suffit de faire tendre b vers a dans l'expression (2.34) pour aboutir à :

$$G = \frac{E_c (1 - \nu_s)}{E_s (1 - \nu_m)} \quad (2.36)$$

L'équation (33) devient :

$$C_1 = \left[\frac{\rho}{K_e} \left(1 + K_e \frac{2 a (1 - \nu_m^2) (1 - \nu_s)}{(1 - \nu_m^2) a E_s + E_m e_m (1 - \nu_s)} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.37)$$

Dans le cas d'une conduite en PVC, il suffit de remplacer les caractéristiques du métal par celles du PVC dans l'expression (2.35).

nous indiquons ci-dessous les formules qui donnent la valeur de C pour d'autre types de conduites

2.7.7 Célérité d'onde de coup de bélier dans d'autres type de conduite:

1- conduite en béton armé : Nous adoptons le module d'élasticité de l'acier et nous utilisons l'épaisseur fictive.

$$e = e_m \left(1 + \frac{E_b}{E_m} \frac{e_b}{e_m} \right) \quad (2.38)$$

ou : e_b = épaisseur du béton et e_m = épaisseur équivalente à la section totale du metal dans une section normale à l'axe de la conduite (Lencastre,2002).

2- conduite en acier insérée dans un tunnel en roche , avec injection de béton entre la conduite et le tunnel.

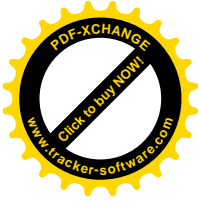
$$c' = \left[\rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{d_a}{E_a e} (1 - \lambda) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.39)$$

Nous aurons ;

$$\lambda = \frac{d^2}{4eE_a} \left[\frac{d_a^2}{4eE_a} + \frac{d_b^2 - d_a^2}{4d_b E_b} + \frac{m + 1}{2m E_r} d_a \right]^{-1} \quad (2.40)$$

les indice a , b , et r se rapportent , respectivement , à l'acier , au béton et à la roche ; d_b est le diamètre extérieur du béton (Lencastre,2002).

3- cas de tunnel creusé dans la roche :



$$c' = \left[\rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2}{E_r} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.41)$$

4-conduite à paroi épaisses- nous adoptons l'expression avec d / e ; multiplié par le facteur :

$$\psi = 2 \frac{e}{d} \left(1 + \frac{1}{m} \right) + \left(1 + \frac{e}{d} \right)^{-1} \quad (2.42)$$

5-si la conduite est constituée par des tronçons de caractéristiques différents , nous pourrons adopter , dans des calculs simplifiés la valeur pondérée , de la manière suivante :

$$c_{eq} = \frac{L}{\sum_i L_i c_i} \quad (2.43)$$

ou : c_{eq} : célérité équivalente

L: longueur totale de la conduite

$L_i c_i$: longueur et vitesse correspondant à chaque tronçon .

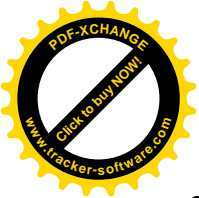
2.8 conclusion :

Ce que nous pouvons conclure après l'élaboration de chapitre c'est que les écoulements transitoires en charge se divisent en deux catégories , nous avons ,les régimes créant des ondes élastiques "coup de bélier" et les régimes créant des oscillations en masse du liquide. Notre étude est basé sur l'analyse du régime transitoire dans les installations en refoulement générant le phénomène du coup de bélier tout en faisant intervenir la compressibilité du liquide et l'élasticité de la canalisation. Ce phénomène risque d'engendrer la rupture de la veine liquide et l'implosion des canalisations dans le cas d'arrêt brusque de la pompe, en plus de la détérioration des installations hydrauliques. C'est pourquoi, nous somme obligés de déterminer la célérité d'ondes provoquée par ce phénomènes pour bien dimensionner les dispositifs de protection.



Chapitre -3-

ETUDE DU COUP DE BELIER



3.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous allons étudier de manière détaillée le coup de bélier ainsi que les équations qui le régissent, en se basant sur la théorie d'**Allievi**. Ensuite nous formulerons les mêmes équations en prenant compte l'effet des pertes de charge, de manière à définir les équations utilisées par la méthode de calcul choisie.

comme Le phénomène du “coup de bélier” se produit dans un circuit fermé quand le débit du fluide est brutalement accéléré ou freiné, par la manœuvre d’un robinet .

Ceci se manifeste par la propagation dans la conduite, de surpressions ou de dépressions qui peuvent provoquer des bruits et des dommages dans toute l’installation , dont nous définirons les différentes phases .

3.2 l'aspect qualitatif :

Dans le cas d’ une pompe alimentant un réservoir par l'intermédiaire d'une conduite, si le débit à travers la pompe est brusquement interrompu , la vanne clapet placée immédiatement en aval se ferme et , l'écoulement de la couche liquide en aval cesse. Cependant les couches voisines ont tendance à poursuivre leur mouvement et s'écartent de la pompe , provoquant une réduction locale de la pression , ce qui entraîne la décompression du fluide , en conséquence la contraction de la conduite .

Ce phénomène crée une disponibilité temporaire de masse liquide qui permet de maintenir en mouvement , durant quelques instants encore la couche de fluide immédiatement en amont ; puis le mouvement cesse . la couche de fluide se décomprime et fournit un volume qui permet le mouvement de la couche suivante et ainsi de suite (Lencastre,2002).

Nous avons 4 phases physiques du coup de bélier qui sont comme suit:

➤ Phase1

l'eau poursuit son ascension , mais la conduite n'est plus alimentée ,ainsi est engendrée une onde de dépression qui se propage dans la conduite à la vitesse des ondes élastiques , jusqu'à ce que toute la conduite soit à la dépression . Cette dernière atteindra le réservoir au bout d'un temps $\theta = L/c$, au bout de ce temps , la conduite est totalement en dépression et l'eau est immobile.

La pression dans la section b , au passage de la conduite dans le réservoir , est inférieure à la pression dans le réservoir , ce qui provoque un écoulement au sens inverse (du réservoir à la pompe) comme c'est montré dans la figure (3-1.a).



➤ Phase 2

La conduite déformée dans les limites élastiques, prend son état initial et l'eau redescend dans la conduite. Cet écoulement rétablit la pression dans les couches successives de fluide antérieurement décomprimées, rétablissant l'état initial dans la section de la conduite. Cette onde d'équilibre se propage du réservoir à la vanne à la vitesse ($-c$), et atteint la vanne dans le temps 2θ , à compter du début du phénomène.

Toute l'eau redescendue se trouvera arrêtée par le clapet de protection de la pompe qui est fermé. figure 3-1 .b.

➤ Phase 3

Etant donné que le mouvement du fluide s'opérait du réservoir à la pompe, la couche de fluide près de la pompe est obligée de s'arrêter. Donc la première tranche de fluide en contact avec le clapet va être comprimée par les tranches suivantes. Cette réduction d'énergie cinétique a pour effet une augmentation locale de la pression, ce qui provoque une compression du fluide et une distension de la conduite est transmise au long de cette dernière jusqu'au réservoir, où il arrive au bout du temps 3θ . figure 3-1.c.

➤ Phase 4

Quand cette onde de surpression atteint le réservoir, comme la pression dans ce dernier est maintenue inférieure à la pression de la conduite, l'écoulement est inversé ce qui permet de revenir aux conditions initiales de pression et de vitesse, jusqu'à ce que, dans le temps 4θ , cette onde atteigne la section de la pompe, et que soient créées les conditions pour que recommence tout le processus, avec une nouvelle onde de pression, comme c'est montré dans la figure 3-1.d. Durant cette phase l'élasticité permet à la conduite de prendre de proche en proche du réservoir à la pompe, son diamètre initial.

Remarque :

s'il n'y avait pas de pertes de charge, ce phénomène pulsatoire se poursuivrait indéfiniment. Cependant, sous l'effet des pertes de charge, les ondes de dépression et de compression sont progressivement amorties.

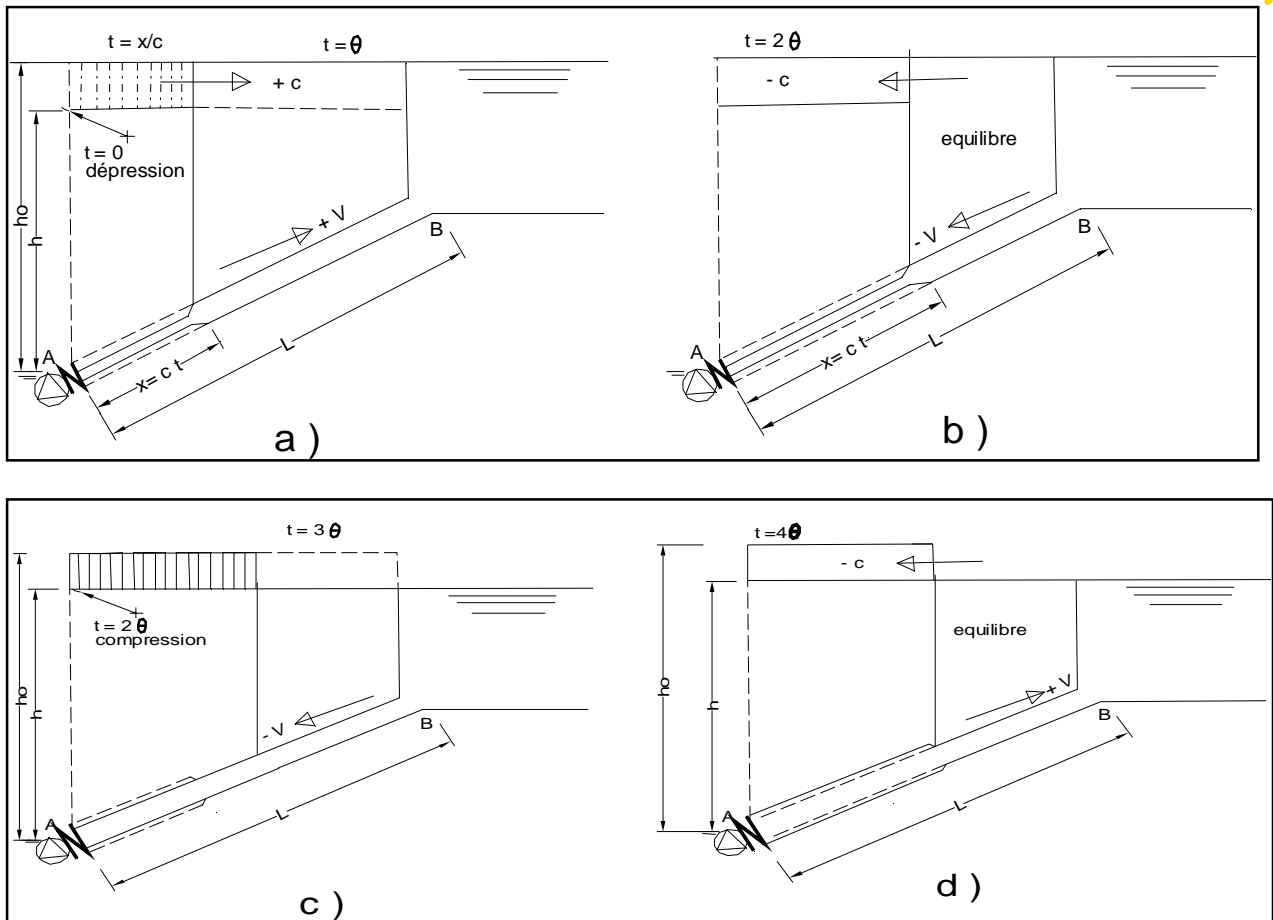


Figure 3-1: Schéma d'illustration des variations de pressions(Lencastre,2002).

3-3 Analyse théorique du coup de bélier par la méthode d'Allievi :

L'étude des équations d'**Allievi** constitue le problème du coup de bélier. Elles ont été résolues pour le cas d'une conduite horizontale, rectiligne. Ses équations sont valables pour une conduite inclinée, non rectiligne, aboutissant à un bassin infiniment grand.

Les équations différentielles définissant l'écoulement transitoire en charge ont été établies en 1901 par l'Italien **Lorenzo Allievi**. Par application à une tranche de la canalisation (Jaeger,1933).

- Le théorème de la quantité de mouvement.
- L'équation de la continuité en faisant intervenir la compressibilité du liquide et l'élasticité de la canalisation.

nous allons utiliser la figure 3-2 pour effectuer ces deux théorèmes.

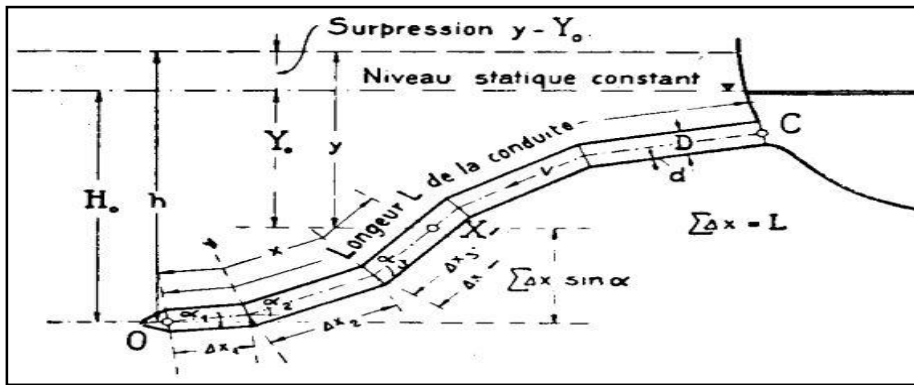


Figure 3-2: Profil en long schématique d'une conduite sous pression.

Nous étudierons les équations d'Allievi, avec quelques grandeurs:

E : est le module d'élasticité de la conduite;

ε et γ : le module d'élasticité volumétrique et le poids spécifique de l'eau respectivement ;

S : la section de la conduite, L sa longueur, R son rayon ;

D : son diamètre et d l'épaisseur des parois, supposées minces.

L'axe des abscisses x se confond avec l'axe de la conduite ;

l'origine est en O , le sens positif va de O vers C . Nous désignons par Q_0 le débit de régime permanent correspondant à l'ouverture totale de l'obturateur. nous rapporterons systématiquement toutes les constantes à ce seul régime.

Soient :

Y_0 , y_0 et y la pression mesurée en hauteur d'eau pour le débit Q_0 , la pression au temps $t=0$, et la pression à un instant quelconque, le tout en un point d'abscisse x .

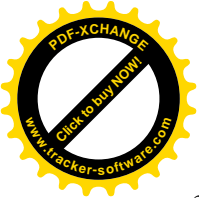
D'une façon générale, nous avons $p = \gamma \cdot y$;

Soit, en outre:

H_0 , h_0 et h les mêmes grandeurs mesurées au point O , devant l'obturateur.

V_0 , v_0 et v la vitesse de régime Q_0 , la vitesse au temps $t=0$ et la vitesse à un instant quelconque dans la conduite; le tout en un point quelconque d'abscisse x . Le sens positif des vitesses est choisi opposé à celui des abscisses x .

C_0 , c_0 et c les mêmes vitesses mesurées immédiatement devant l'obturateur. Pour établir les relations qui lient les pressions et les vitesses aux déformations élastiques, nous nous servirons des deux équations classiques: l'équation générale du mouvement varié ou équation d'Euler et l'équation de continuité de masse(Jaeger, 1933).



3.3.1- L'équation générale du mouvement varié ou équation d'Euler ;

La première s'écrira, en tenant compte du signe de x:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right) = \frac{\gamma}{g} \left(-g \sin \varphi + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \frac{\gamma}{g} \left(-g \sin \varphi + \frac{\partial v}{\partial t} - v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.01)$$

En négligeant le terme $\frac{\partial v}{\partial x}$, qui est certainement petit en regard de $\frac{\partial v}{\partial t}$

nous aurons ;

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \left(-g \sin \varphi + \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (3.02)$$

Posons: $p = \gamma \cdot y = \gamma \left[h - \int_0^x \sin \varphi \cdot dx \right]$, équation qui exprime que la pression au point d'abscisse x, mesurée en colonne d'eau, est égale à la pression h, diminuée de l'ordonnée $\int_0^x \sin \varphi \cdot dx$ du point considéré de la conduite; ou encore que la pression y d'une conduite inclinée se déduit de la pression h d'une conduite horizontale homologue, dont on retranche l'ordonnée $\int_0^x \sin \varphi \cdot dx$.

Les surpressions sont identiques et $y - Y_0 = h - H_0$.

Nous avons donc :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \gamma \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \sin \varphi \right) \quad (3.03)$$

L'équation du mouvement varié devient comme suit :

$$\gamma \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \sin \varphi \right) = \frac{\gamma}{g} \left(-g \sin \varphi + \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (3.04)$$

ou :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.05)$$

3.3.2- L'équation de continuité de masse:

La seconde équation utilisée par Allievi est l'équation de continuité de la masse.

Les parois de la conduite sont supposées minces. Pendant le temps dt, la pression augmente de $\frac{\partial p}{\partial t} dt$. Par suite de l'élasticité des parois, le volume d'un élément de conduite de longueur dx et de section πR^2 augmente de:

$$\pi \cdot R^2 \frac{1}{E} \left(1 - \frac{1}{m^2} \right) \frac{D}{d} \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \quad (3.06)$$



où m représente l'inverse de la constante de Poisson. Le terme $(1 - \frac{1}{m^2})$ provient de l'influence du coefficient de contraction m ⁽¹⁾.

Dans son mémoire, **Allievi** a négligé cette influence en prenant ce terme égal à 1. Le volume de la colonne d'eau de même section et de même longueur diminue par contre de ;

$$\pi R^2 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \tag{3.07}$$

Soit, d'autre part $\frac{\partial V}{\partial x}$ la variation de la vitesse entre les deux sections extrêmes, distantes de dx . A cette variation de vitesse correspond un volume d'eau emmagasiné en un temps dt , égal à ;

$$\pi R^2 \frac{\partial v}{\partial x} dx dt \tag{3.08}$$

L'équation de continuité sera satisfaite si ce volume est égal à la somme des deux déformations élastiques calculées plus haut. Nous aurons donc:

$$\pi R^2 \frac{\partial v}{\partial x} dx dt = \pi R^2 \left[\frac{1}{\varepsilon} + \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{D}{Ed} \right] \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt dx \tag{3.09}$$

ou en simplifiant et en posant :

$$\frac{1}{c^2} = \frac{\gamma}{g} \left[\frac{1}{\varepsilon} + \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{D}{Ed} \right] \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \left[\frac{1}{\varepsilon} + \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{D}{Ed} \right] \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{g}{\gamma c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{3.11}$$

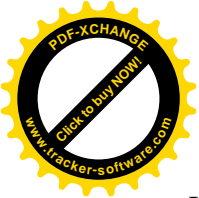
or:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \gamma \frac{\partial}{\partial t} \left[h - \int_0^x \sin \varphi \cdot dx \right] = \frac{g}{\gamma c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{3.12}$$

il s'ensuit que :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{g}{c^2} \frac{\partial h}{\partial t} \tag{3.13}$$

¹ Nous supposons que la conduite ne puisse pas se dilater parallèlement à son axe. En admettant au contraire que la conduite soit libre de se dilater, ce facteur deviendrait: $(1 - \frac{1}{2m})$.



Les équations (3.05) et (3.13) forment un système d'équations linéaires aux dérivées partielles. **Allievi** indique, à la suite de **Riemann**, que ces équations sont satisfaites par les intégrales générales suivantes:

$$\begin{cases} h = h_0 + F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} v = V_0 - \frac{g}{c} \left[F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \end{cases} \quad (3.15)$$

F et f sont deux fonctions dont l'expression dépend de la variation des débits et des conditions aux limites, en dérivant successivement les équations (3.5) et (3.13) par rapport à x et t. nous obtenons ainsi:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3.17)$$

Ces équations, connues sous le nom « d'équations des cordes vibrantes »,elles ont été résolues par d'Alembert (Rouché et al,1902).

Elles constituent bien la relation cherchée entre les pressions, les vitesses et les déformations élastiques. Ces dernières sont contenues implicitement dans la célérité « c » qui, d'ailleurs, a les dimensions d'une vitesse.

3.3.3 La signification physique des équations des cordes vibrantes :

La signification physique de la première de ces équations est aisée à trouver:

Faisons dans F et f, $(x = ct - \text{const})$. et $(x = -ct + \text{const})$. les deux fonctions F et f représentent alors deux charges constantes qui se propagent le long de la conduite avec une célérité «c», mais en sens inverse. Les fonctions F et f sont donc des ondes et « c » leur célérité ou vitesse de propagation.

Si, au contraire, nous faisons $(x = \text{const})$, nous voyons que F et f sont des grandeurs variables. Au temps t et au point d'abscisse x, la surcharge $h - H_0 = y - Y_0$ est donc égale à la somme des deux surcharges mobiles F et f qui interfèrent en cet instant au point considéré (Jaeger,1933).

Les deux fonctions F et f sont inconnues. Nous pouvons en éliminer une en remarquant que, si nous supposons le réservoir infiniment grand, et dans ce cas seulement, la pression est constante en C; c'est-à-dire que pour $x = L$:

$$-F\left(t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (3.18)$$

Or, si nous posons en particulier : $t = t_1 + \frac{x}{c} - \frac{L}{c}$

Où t_1 désigne un instant quelconque de la phase de contrecoup. dans la section d'abscisse x, l'équation (3.18) prend la forme générale:



$$f\left(t_1 + \frac{x}{c}\right) = -F\left(t_1 + \frac{x}{c} - \frac{2L}{c}\right) = -F\left(t_1 - \frac{x}{c} - \frac{2(L-x)}{c}\right) \quad (3.19)$$

la fonction f. au temps t_1 et à l'abscisse x, n'est autre que la fonction - F au point x et au temps

$$t_1 - \frac{2(L-x)}{c}$$

Tout revient donc à considérer une onde F qui se réfléchit entièrement au réservoir ($x = L$), pour revenir sur elle-même après changement de signe. Au point de vue physique, nous nous trouvons en présence d'ondes oscillant dans une $2L$ conduite de longueur L. La période de l'oscillation est de :

$$\theta = \frac{2L}{c}$$

En combinant les équations fondamentales (3.14), (3.15) et (3.19), en éliminant les fonctions inconnues F et f, et il ne reste qu'une relation entre h et v et les constantes h_0 , v_0 , c et g. Le problème est donc, en principe, résolu; toutes les recherches ultérieures n'ayant d'autre but que de classer les diverses solutions. Nous insistons sur le fait que ce sont ces équations fondamentales qui donnent la solution générale du problème, et que les résultats de problèmes particuliers traités par Allievi ne peuvent, par contre, avoir une portée aussi générale, ce que certains auteurs ont parfois oublié. Nous reproduisons ici l'essentiel des développements d'Allievi. Pour la section d'abscisse $x = 0$, section adjacente à l'obturateur, l'équation (3.19) devient :

$$f(t) = -F\left(t - \frac{2L}{c}\right) \quad (3.20)$$

Soit, t_x un instant, tel que $0 < t_1 < \theta$. Nous considérons les instants successifs:

$$t_1 ; t_1 + \theta ; t_1 + 2\theta \dots\dots\dots ; t_1 + (i-2)\theta ; t_1 + (i-1)\theta .$$

que nous désignerons par: $t_1 t_2 t_3 \dots\dots t_{i-1} t_i$ et qui tombent respectivement dans la phase :
1,2,3, ,i-1 , i

Nous écrirons alors (3.20) sous la forme simplifiée : $f_i = -F_{i-1}$, ce qui nous permet de développer les équations (3.14) et (3.15) , écrites pour l'obturateur O, pendant les i premières phases. Nous avons :

$$\begin{cases} h_1 = h_0 + F_1 \\ h_2 = h_0 + F_2 - F_1 \\ \dots\dots\dots \\ h_{i-1} = h_0 + F_{i-1} - F_{i-2} \\ h_i = h_0 + F_i - F_{i-1} \end{cases} \quad (3.21)$$

et :



$$\begin{cases} c_1 = c_0 - \frac{g}{c} F_1 \\ c_2 = c_0 - \frac{g}{c} (F_2 + F_1) \\ \dots\dots\dots \\ c_{i-1} = c_0 - \frac{g}{c} (F_{i-1} + F_{i-2}) \\ c_i = c_0 - \frac{g}{c} (F_i + F_{i-1}) \end{cases} \quad (3.22)$$

En additionnant deux à deux les équations (3.21) et en soustrayant les équations (3.22), nous éliminons la fonction F_i et nous obtenons les séries enchaînées d'**Allievi**:

$$\begin{cases} h_1 - h_0 = -\frac{c}{g} (c_0 - c_1) \\ h_1 + h_2 - 2h_0 = -\frac{c}{g} (c_1 - c_2) \\ \dots\dots\dots \\ h_{i-2} + h_{i-1} - 2h_0 = -\frac{c}{g} (c_{i-2} - c_{i-1}) \\ h_i + h_{i-1} - 2h_0 = -\frac{c}{g} (c_{i-1} - c_i) \end{cases} \quad (3.23)$$

Il est intéressant, surtout en vue de la construction d'abaques classificateurs, de rendre ces équations indépendantes de la hauteur h_0 . Nous définissons, à cet effet, la pression relative :

$$\xi_{*i}^2 = \frac{h_i}{H_0} \quad (*)$$

et la constante:

$$\rho_* = \frac{cC_0 h_i}{2gH_0} \quad (**)$$

Cette dernière est la caractéristique de la conduite. Elle ne dépend que de la pression statique H_0 et de la vitesse de régime C_0 . Cette vitesse est d'ailleurs égale à V_0 , puisque la conduite est de section constante et que le régime est permanent. nous avons , en outre, en négligeant les frottements et en partant de l'état initial statique : $h_0 = H_0$. Les équations deviennent :

$$\begin{cases} \xi_{*1}^2 - 1 = 2\rho_* \left[\frac{c_0}{C_0} - \frac{c_1}{C_0} \right] \\ \xi_{*1}^2 + \xi_{*2}^2 - 2 = 2\rho_* \left[\frac{c_1}{C_0} - \frac{c_2}{C_0} \right] \\ \dots\dots\dots \\ \xi_{*i-1}^2 + \xi_{*i}^2 - 2 = 2\rho_* \left[\frac{c_{i-1}}{C_0} - \frac{c_i}{C_0} \right] \end{cases} \quad (3.24)$$

Nous pouvons exprimer les vitesses en fonction du degré d'ouverture de l'obturateur η_i , au temps i . Nous conformant à nos définitions, nous choisissons la fonction η_i de façon à ce que $\eta_0 = 1$, pour le régime Q_0 , corresponde à l'ouverture complète de l'obturateur. nous obtenons dans ce cas:

- aucun apport ou distribution latéral de débit n'est observé;

3.4.1 Equations différentielles de base :

a- Equation dynamique:

Nous établirons l'équation du mouvement pour le volume de contrôle représenté sur la figure (3.03) à un instant donné t , dans notre cas la conduite subit une déformation due aux forces dynamiques du régime transitoire. Les forces extérieures s'exerçant sur la tranche liquide projetées sur l'axe x de la conduite se composent de la force de pression normale sur la face amont : PS ;

- la force de pression normale à la face aval de la tranche:

$$-(PS + \frac{\partial(PS)}{\partial x} \delta x)$$

- la composante du poids propre due au champ de gravité :

$$-(\rho g . S . \delta x . \sin\theta)$$

- la composante de pression sur l'enveloppe:

$$-\left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta x}{2}\right) \frac{\partial S}{\partial x} \delta x$$

- la force de frottement du liquide avec la paroi

$$\tau_w . \pi . D . dx.$$

L'équilibre dynamique des forces extérieures de surface et de volume est représenté dans la figure (3.03) et il s'écrira comme suit :

$$\sum F_x = PS - \left(PS + \frac{\partial(PS)}{\partial x} \delta x\right) + \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\delta x}{2}\right) \frac{\partial S}{\partial x} \delta x - \tau_w . \pi . D . dx . - \rho g . S . \delta x . \sin\theta \quad (26)$$

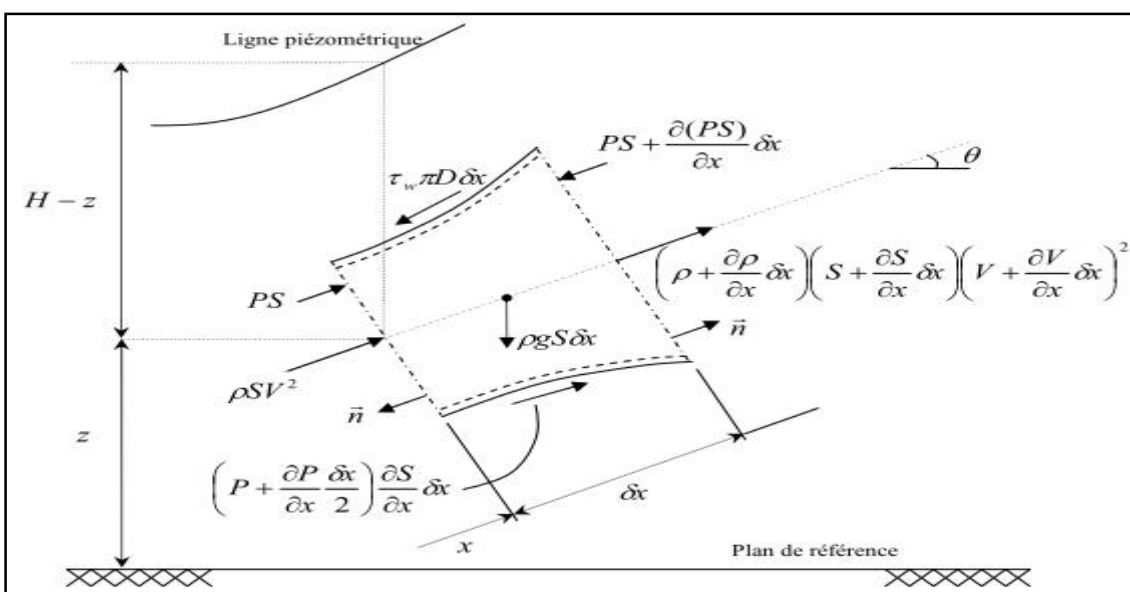


Figure 3-3 : Forces exercées sur un volume de contrôle liquide.

En mettant les termes de second ordre dans l'expression (3.26) et en simplifiant, nous aurons :

$$\sum F_{ext} = -\left(\frac{\partial P}{\partial x} S + \rho g \cdot S \cdot \delta x \cdot \sin\theta\right) \delta x - \tau_w \cdot \pi \cdot D \cdot \delta x \quad (3.27)$$

Nous savons que le principe fondamental de la dynamique, qui indique que le changement temporel de l'impulsion est égal à la somme des forces extérieures exercées sur le volume de contrôle (ϑ) liquide de longueur δx , s'écrit (Comolet, 1990):

$$\sum \vec{F}_{ext} = -\frac{dm}{dt} (m \vec{V}) = \frac{d}{dt} \int_{\vartheta} \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vartheta \quad (3.28)$$

Le premier membre de l'équation (3.28) étant connu, il faut développer le second membre qui représente la dérivée temporelle de la quantité de mouvement sous sa forme intégrale. Pour ce faire, nous utiliserons le théorème de transport de Reynolds. Ce théorème fondamental en mécanique s'écrit pour une fonction scalaire ou vectorielle f quelconque de la manière suivante :

$$\frac{d}{dt} \int_{\vartheta} f \cdot d\vartheta = \int_{\vartheta} \frac{\partial f}{\partial t} d\vartheta + \int_S f u \cdot n d \quad (3.29)$$

Il traduit que la variation temporelle d'une quantité f définie sur un volume de contrôle ϑ se compose de la somme de la variation de f au cours du temps au sein du volume (variation locale) ainsi que le flux de f à travers la surface S enveloppant le volume de contrôle matériel, avec n la normale unitaire à la surface S .

Si nous appliquons le présent théorème à la fonction vectorielle représentant la quantité de mouvement locale est :

$$f = \rho \vec{V}$$

Nous aurons:

$$\frac{d}{dt} \int_{\vartheta} \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vartheta = \int_{\vartheta} \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} d\vartheta + \int_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS \quad (3.30)$$

Développons à présent les termes de flux et de variation locale dans l'équation (3.30).

Le flux de la quantité de mouvement à travers la surface délimitant le volume de contrôle s'obtient par :

$$\int_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = -\rho S V^2 + \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \delta x\right) \left(S + \frac{\partial S}{\partial x} \delta x\right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x\right)^2 \quad (3.31)$$

Après le développement et l'élimination des termes d'ordre supérieur, l'équation (3.31) devient :



$$\int_s \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \left(2\rho S V \frac{\partial V}{\partial x} + \rho V^2 \frac{\partial S}{\partial x} + S V^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \delta x \quad (3.32)$$

la variation locale de la quantité de mouvement à l'intérieur du volume de contrôle, elle s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\vartheta} \rho \vec{V} d\vartheta = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho S \frac{\partial V}{\partial x} + \rho V \frac{\partial S}{\partial x} + S V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \delta x \quad (3.33)$$

par ailleurs nous avons;

$$\frac{\partial}{\partial t} (\delta x) = 0$$

qui est due à l'invariance de la longueur de l'élément fluide dans le temps.

partant des termes des équations (3.32) et (3.33) qui seront représentés dans (3.30), nous aurons après division par $(\rho S \delta x)$ l'équation (3.34);

$$\frac{d}{dt} \int_{\vartheta} \rho \vec{V} d\vartheta = V \left[\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\rho} V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{S} V \frac{\partial S}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial t} + 2V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3.34)$$

En exprimant la dérivée matérielle (ou de Lagrange) d'une grandeur quelconque $f(x, t)$ en fonction de ses dérivées partielles comme suit (Pisconov, 1980):

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + V \frac{\partial f}{\partial x} \quad (3.35)$$

Nous retrouverons l'équation (3.34) sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \int_{\vartheta} \rho \vec{V} d\vartheta = V \left[\left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3.36)$$

En portant le résultat de l'équation (3.27), en divisant par $\rho S \delta x$, et celui de l'équation (3.36) dans (3.28), nous aboutissons à :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{\tau_w \cdot \pi \cdot D}{\rho \cdot s} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3.37)$$

Déterminons l'expression de " $\tau_w \cdot \pi \cdot D$ " en adoptant l'hypothèse que la contrainte de cisaillement τ_w est identique à celle en régime permanent. la force de frottement F_f se calcule par la formule suivante ; $F_f = \tau_w \cdot \pi \cdot D L = \Delta P \cdot \frac{\pi D^2}{4}$ (3.38)

D'où nous aurons:

$$\tau_w \cdot \pi \cdot D = \frac{\pi D^2}{4} \rho g \frac{\lambda V^2}{D 2g} = j \rho g \cdot S \quad (3.39)$$

Avec :

$j = \frac{\lambda}{D} \frac{V^2}{2g}$ qui représente le gradient hydraulique.

Portons l'expression de " $\tau_w \cdot \pi \cdot D$ " dans l'équation (3.37), nous aurons :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g (\sin \theta + j) + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.40)$$

Sachant que : $P = \rho g(H-z)$ et $\frac{\partial H}{\partial x} = \sin \theta$

La forme définitive de l'équation (3.40) devient :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + gj = 0 \quad (3.41)$$

L'expression (3.40) est la première équation du régime varié en charge. Elle se met également sous la forme :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda V |V|}{2D} = 0 \quad (3.42)$$

b -Equation de continuité :

L'équation de conservation de la masse appliquée au volume de contrôle exprime que la différence des masses entrant et sortant de ce volume est égale à la masse conservée à l'intérieur. Le changement total de la masse du système est donc nul (Carlier,1980).

La figure (3.04) nous illustre un volume élémentaire .

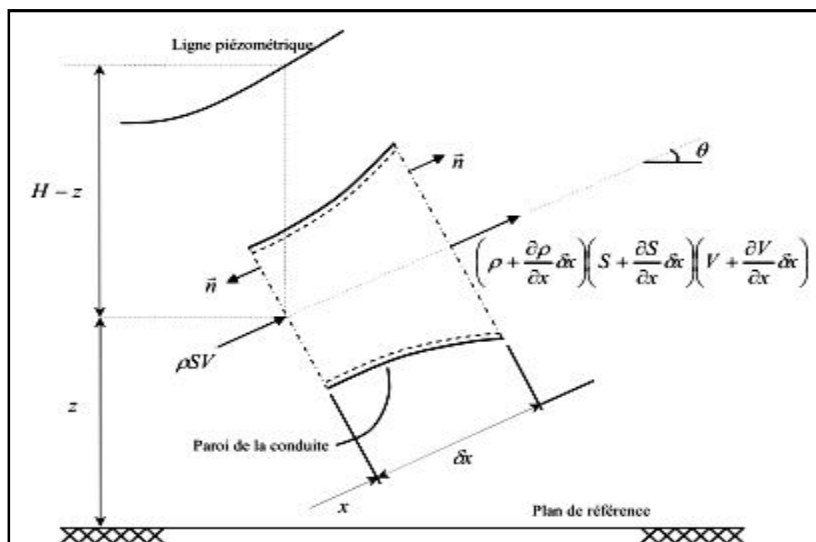


Figure 3-4 : Bilan des masses à travers un volume de contrôle.

Selon la figure (3.04), la masse fluide entrant à travers la section amont par unité de temps est:



$$\int_e \frac{dm}{dt} = \rho SV$$

En admettant l'hypothèse de continuité des fonctions $\rho(x,t)$ $S(x,t)$ et $V(x,t)$ la masse par unité de temps sortant de la face aval du volume de contrôle sera, en appliquant aux fonctions précédentes un développement en série de Taylor de premier ordre :

$$\frac{dm}{dt} = \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \delta x \right) \left(S + \frac{\partial S}{\partial x} \delta x \right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x \right) \quad (3.44)$$

De ce fait, le changement temporel de la masse emmagasinée à l'intérieur de ce volume s'exprimera par :

$$\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \delta x \right) \left(S + \frac{\partial S}{\partial x} \delta x \right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x \right) - \rho SV = \frac{\partial}{\partial t} (\rho S \delta x) \quad (3.45)$$

Après transformation et simplification par $\rho S \delta x$ nous aurons:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{V}{S} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{1}{\delta x} \frac{\partial (\delta x)}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.46)$$

En écrivant les dérivées partielles dans l'équation (3.46) en fonction des dérivées totales et tenant aussi en considération l'invariance de la longueur de l'élément de volume $\frac{\partial (\delta x)}{\partial t} = 0$, le résultat sera :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.47)$$

C'est le résultat utilisé dans l'équation (3.36), qui traduit ainsi le principe de conservation de la masse.

Par analogie à l'élasticité des solides, la variation de pression dP (variation de la contrainte) entraîne une diminution de volume $d\vartheta$ (déformation) de la masse de l'eau, telle que (Lencastre, 1960).

$$\frac{dP}{K} = \frac{d\rho}{\rho} \quad (3.48)$$

L'équation (3.47) sera réécrite comme suit :

$$\frac{1}{K} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.49)$$

Ainsi, la présente équation est valide pour une conduite de forme quelconque et pour n'importe quel fluide homogène, liquide ou gaz. Le terme dS/S caractérise la déformation élastique de l'enceinte (conduite) due à la pression interne. Sa valeur dépend des caractéristiques géométriques et structurales. Pour déterminer ce rapport, nous ferons

appel aux lois de comportement mécanique des tubes sous pression (De Almeida et al ,1992).

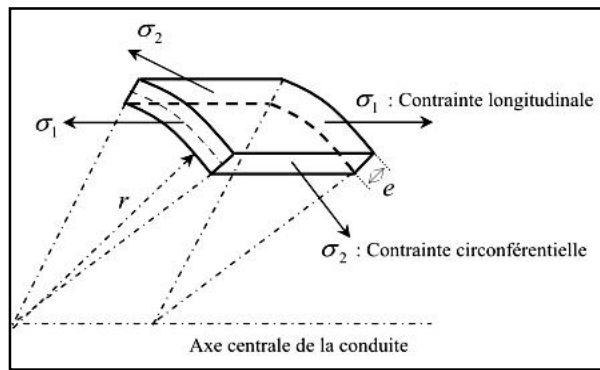


Figure 3-5: Etat de contrainte dans une portion élémentaire de la conduite.

σ_1 et σ_2 sont les contraintes longitudinales et radiales, les déformations qui correspondent à la Figure (3.04) sont obtenues par la loi de Hooke qui nous permet d'écrire (Ouragh ,1994):

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) \end{cases} \quad (3.50)$$

Où :

ν : Coefficient de proportionnalité sans dimension, dit coefficient de Poisson.

Nous utiliserons la figure N° (2-2) ,la mise en équilibre statique de la moitié du tube sous pression permet d'écrire :

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dD}{D} \quad (3.51)$$

Désignons par ψ le rapport adimensionnel suivant :

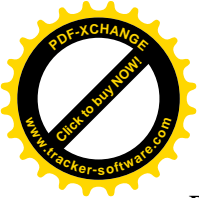
$$\psi = \frac{E}{S} \frac{dS}{dP} \quad (3.52)$$

Ou encore :

$$\psi = \frac{E}{S} \frac{\left(\frac{dS}{dt}\right)}{\left(\frac{dP}{dt}\right)} \quad (3.53)$$

Après réarrangement nous aurons :

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{1}{K_e} + \frac{\psi}{E}\right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.54)$$



Posons le paramètre :

$$c^2 = \frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K_e} + \frac{\psi}{E} \right)} \quad (3.55)$$

L'introduction de ce paramètre dans l'équation (3.56) donne :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + c^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.56)$$

Ainsi, l'équation de continuité (3.56) représente la relation entre variation totale de la pression et le gradient spatial de la vitesse. Cette dépendance entre ces deux variables implique la célérité des ondes (c), laquelle est conjointement en fonction de la conduite et du fluide (caractéristiques de la conduite et compressibilité du liquide).

Dans les régimes transitoires (avec faible variation de ρ), l'expression de la charge $H=z + P/\rho g$ demeure vigoureuse avec $\rho' = \rho$ constante. Dans un tel cas, nous écrivons :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{\rho g} \frac{dP}{dt} + \frac{dz}{dt} \quad (3.57)$$

Ou bien encore :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} = g \left(\frac{dH}{dt} - \frac{dz}{dt} \right) \quad (3.58)$$

La conduite étant fixe et ancrée ($\frac{\partial z}{\partial t} = 0$), la différentielle totale dans ce cas sera :

$$\frac{dz}{dt} = V \frac{\partial z}{\partial x} = V \sin \theta \quad (3.59)$$

Par conséquent :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} = g \left(\frac{dH}{dt} - V \sin \theta \right) \quad (3.60)$$

En faisant usage de la dérivée matérielle de la charge (dt/dH) dans l'équation (3.60), nous aurons l'équation finale (3.56) sous la forme :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \theta + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (3.61)$$

L'équation (3.61) représente alors l'équation de continuité gouvernant les régimes transitoires en charge, laquelle couplée avec l'équation dynamique (3.41) précédemment établie, permet d'obtenir la solution des variables d'état de l'écoulement.



$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \theta + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 & (3.62) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda V |V|}{2D} = 0 & (3.63) \end{cases}$$

L'équation de continuité (3.62) et celle de la dynamique (3.63) régissant la propagation des ondes élastiques dans les conduites en charge, constituent donc un système d'équations différentielles de premier ordre. Dans ce système, les variables indépendantes sont la coordonnée longitudinale x et le temps t , et les variables dépendantes sont la charge H et la vitesse d'écoulement V .

Les autres variables, comme la célérité de l'onde « c », et le diamètre D , ne changent pas dans le temps mais peuvent évidemment varier selon x . Le coefficient de frottement λ varie avec le nombre de Reynolds. Cependant, λ est considéré constant parce que les effets d'une telle variation sont négligeables en régime transitoire (Chaudhry et al., 1979).

le système différentiel simplifié s'écrit alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 & (3.64) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda V |V|}{2D} = 0 & (3.65) \end{cases}$$

Le système d'équations différentielles formulé ne fait intervenir qu'une combinaison linéaire des dérivées premières des variables d'état, $H(x, t)$ et $V(x, t)$. Mais ce système se constitue aussi de termes non linéaires, comme celui de frottement. Le système d'équations est alors « quasi-linéaire ». En réécrivant ces équations sous forme matricielle, nous aurons :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} H \\ V \end{Bmatrix} [B(H, V)] + \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} H \\ V \end{Bmatrix} - [G(H, V)] \quad (3.66)$$

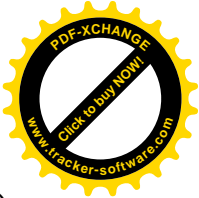
Dans lesquelles :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c^2}{g} \\ g & 0 \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

et

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\lambda V |V|}{2D} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Les valeurs propres Γ de la matrice B permettent de déterminer le type d'équations aux dérivées partielles du système (3.64) et (3.65). L'équation caractéristique associée à la matrice B est (Demidovitch et al, 1973):



$$\Gamma^2 - c^2 = 0 \quad (3.69)$$

D'où :

$$\Gamma \pm c \quad (3.70)$$

Sachant que (c) est réel, les deux racines de l'équation, en l'occurrence les valeurs propres de la matrice B, sont alors réelles et distincts, de ce fait le système (3.64) et (3.65) forme des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique.

3.4.2 Intégration du système différentiel

Pour pouvoir intégrer ces équations différentielles, nous devons passer par une cascade de simplifications.

Après avoir négligé les termes convectifs, le système d'équations est rendu sous une forme conservative en omettant le terme dissipatif correspondant aux pertes de charge. nous parviendrons alors au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 & (3.71) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 & (3.72) \end{cases}$$

Dérivons le système précédent successivement par rapport à x et à t. nous aurons:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} & (3.73) \\ \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} & (3.74) \end{cases}$$

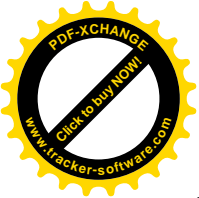
Comme nous pouvons le voir nous obtenons les mêmes résultats déjà exprimés au paravant.

3.5 Résolution des équations par la méthode des caractéristiques :

Depuis sa mise en œuvre dans les années 1960, la méthode des caractéristiques a fait preuve de sa puissance et sa supériorité comparée à d'autres méthodes, ce qui lui a permis d'être la méthode la plus populaire et universelle dans le calcul des coups de bélier.

3.5.1 Formulation mathématique du modèle aux caractéristiques :

La méthode des caractéristiques consiste à transformer un système d'équations aux dérivées partielles en un autre système d'équations aux dérivées ordinaires. Ainsi, l'équation de continuité et l'équation dynamique formant un système d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, est converti en quatre équations aux dérivées totales. Ces



dernières équations peuvent être alors résolues numériquement par un schéma aux différences finies. La solution du problème est obtenue à l'aide de l'outil informatique.

Reprenons les équations différentielles gouvernant les régimes transitoires en charge, obtenues précédemment (équations (3.64) et (3.65) :

$$\begin{cases} L_1 = \frac{\partial H}{\partial x} g + \frac{\partial V}{\partial t} + gj = 0 & (3.75) \\ L_2 = \frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 & (3.76) \end{cases}$$

Pour que ce système d'équations définisse de manière unique la solution, il faut et il suffit que les deux équations L_1 et L_2 soient linéairement indépendantes, donc la combinaison linéaire de ces équations doit être nulle (Wylie et al,1978).

Avec Γ , un multiplicateur inconnu (dit de Lagrange) qui permettra de déterminer les deux racines réelles correspondant aux pentes des droites caractéristiques du système différentiel. D'où :

$$L_1 + \Gamma L_2 = 0 \quad (3.77)$$

D'où :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x} g + \frac{\partial V}{\partial t} + gj \right) + \Gamma \left(\frac{c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.78)$$

Ce qui implique :

$$\Gamma \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{g}{\Gamma} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \left(\frac{\Gamma c^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + gj = 0 \quad (3.79)$$

Pour convertir les dérivées partielles en dérivées ordinaires, nous associerons à l'équation (3.79) les dérivées matérielles des variables , $H(x,t)$ et $V(x,t)$, qui ne sont pas indépendantes,

de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{dH}{dx} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} & (3.80) \\ \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} & (3.81) \end{cases}$$

Ce système définit également la solution de manière unique, donc ces équations sont aussi linéairement dépendantes:

$$\Gamma \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + gj = 0 \quad (3.82)$$

soit:



$$\Gamma \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \left(\frac{dx}{dt} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + gj = 0 \quad (3.83)$$

En examinant les termes des équations (3.79) et (3.83), on peut noter

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\Gamma} = \frac{\Gamma c^2}{g} \quad (3.84)$$

La solution de l'équation (3.84) donne deux racines réelles distinctes, soit :

$$\Gamma = \pm \frac{g}{c} \quad (3.85)$$

En substituant la valeur de Γ dans l'équation (3.84), la manière particulière dont x et t , sont liés est :

$$\frac{dx}{dt} = \pm c \quad (3.86)$$

Ceci montre le changement de position de l'onde liée au changement du temps par la vitesse de propagation des ondes " c ".

La substitution des valeurs de Γ dans l'équation (3.82) conduit à deux paires d'équations, lesquelles sont regroupées et notées, équations C^- et C^+ :

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + gj = 0 \right. & \quad (3.87) \\ \left. \frac{dx}{dt} = + c \right. & \quad (3.88) \end{aligned} \right\} C^+$$

$$\left. \begin{aligned} \left(-\frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + gj = 0 \right. & \quad (3.89) \\ \left. \frac{dx}{dt} = - c \right. & \quad (3.90) \end{aligned} \right\} C^-$$

Ainsi, les deux valeurs réelles de Γ ont permis de transformer les équations aux dérivées partielles de départ à ce système d'équations aux dérivées ordinaires où la variable indépendante est le temps.

Les deux premières équations (3.87) et (3.89) du système sont dites "équations de compatibilités". Alors que les deux autres, c'est-à-dire celles donnant (dx/dt) sont appelées "équations des caractéristiques". Cependant, il est à noter que les équations (3.87) et (3.89) de compatibilité ne sont valides que le long des lignes caractéristiques dx/dt du système, alors que le système d'équations (3.75) et (3.76) est valable dans tout le plan (Boillat et al, 2004).

La solution du système d'équations sera représentée donc, dans le domaine formé par les variables indépendantes, qui est le plan $[t, x]$. Et puisque la célérité des ondes a est

généralement constante, les équations caractéristiques (3.87) et (3.89) représentent ainsi deux droites de pentes $\pm dx/dt$ comme le montre la figure 3-6.

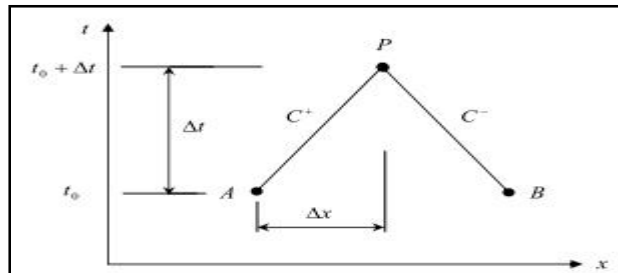


Figure 3-6: Lignes caractéristiques dans le plan t_x .

3.5.2 Interprétation physique de la méthode des caractéristiques :

Les lignes caractéristiques partagent le plan (t,x) , en deux régions sur lequel les solutions sont recherchées. Mais du point de vue physique, les droites caractéristiques correspondent aux tracés le long desquels les perturbations se propagent (Abbott,1966).

3.5.3 Résolution de la méthode des caractéristiques en utilisant les équations de saint venant :

Dans ce qui suit nous allons utilisées les équations de Saint Venant qui sont obtenues en combinant les deux équations (3.64) et (3.65) et ceux par addition et soustraction , nous obtenons ainsi ce système d'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[H \pm \frac{cQ}{gS} \right] + c \frac{\partial}{\partial x} \left[H \pm \frac{cQ}{gS} \right] \pm \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDS^2} = 0 \quad (3.91)$$

cette forme est égale à la dérivé totale par rapport au temps ;

$$\frac{d}{dt} \left[H \pm \frac{cQ}{gS} \right] \pm \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDS^2} = 0 \quad (3.92)$$

nous avons comme c'est indiqué auparavant :

$$\frac{dx}{dt} = \pm c$$

ce qui nous permet d'obtenir ce système différentielle :

$$d \left[H \pm \frac{cQ}{gS} \right] \pm \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDS^2} dx = 0 \quad (3.93)$$

- le signe supérieur, c'est a dire le signe (+), doit être pris si $dx = +Cdt$.
- Le signe moins n'est valable que dans le cas ou $dx = - Cdt$.

a- Intégration du système différentiel :

Pour effectuer l'intégration du système différentiel (3.93), nous allons discrétiser la conduite en un certain nombre de points ($N = \sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 \dots$). Avec $n_i = \left(\frac{L_i}{c_i \Delta t}\right)$

Ces nœuds ou points de discrétisations sont suffisamment proches pour nous permettre d'écrire :

$$dU(x, t) = U_{I+1} - U_I \quad (3.94)$$

Avec U une fonction telle que H ou Q aux points de discrétisations successifs I et I+1 et ces points représentent la discrétisation de la conduite, et les conditions d'écoulement en chaque point à chaque intervalle de temps seront déterminées d'après le schéma de la figure 5-1 en remontant la conduite depuis la vanne. D'après la figure à l'instant $t + \Delta t$ les conditions aux différents points sont déterminées de la manière suivante :

- 1) Le point $A_{I+1}^{t+\Delta t}$ sera calculé à partir des deux points M_I^t et N_{I+2}^t
- 2) L'intersection de la courbe caractéristique WP provenant du point M avec la courbe caractéristique WM provenant du point N nous donne la solution.

Nous utiliserons la même méthode pour connaître les conditions d'écoulement en tout point.

Ecrivons le système(3.93) (Ouragh,1994):

Le long de la caractéristique de pente C+ dite caractéristique W+, nous avons :

$$d \left[H + \frac{cQ}{gS} \right] + \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDS^2} dx = 0 \quad (3.95)$$

Le long de la caractéristique de pente C- dite caractéristique W-, nous aurons :

$$d \left[H - \frac{cQ}{gS} \right] - \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDS^2} dx = 0 \quad (3.96)$$

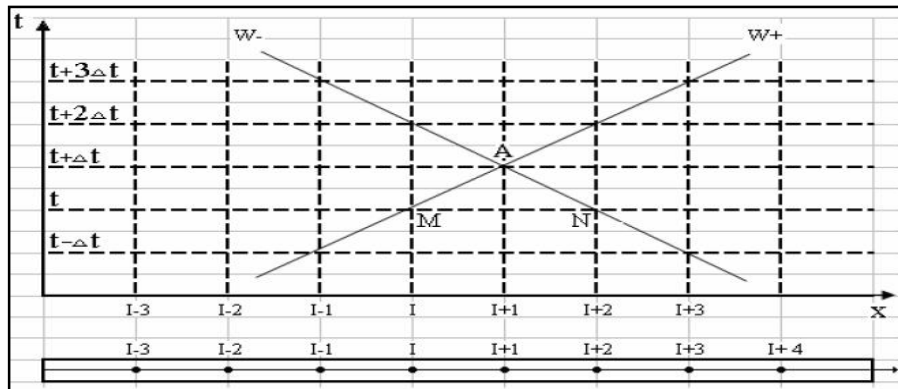


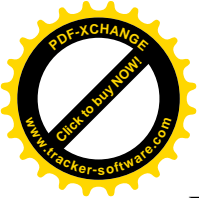
Figure 3-7 : Discretisation de la conduite.

Ayant les grandeurs H et Q le long de la conduite au temps t.

Intégrons l'équation (3.95) le long de la caractéristique W+, passant par le point M de coordonnées (I, t) d'après la figure (3.07), entre deux instants t et t + Δt

Nous avons :

$$\int dH + \int \frac{c}{gA} dQ + \int \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDAS^2} dx = 0 \quad (3.97)$$



En posant :

$$R = \frac{c}{gS} \quad (3.98)$$

Nous aurons :

$$[H_{I+1} - H_I] + R[Q_{I+1} - Q_I] + \int \frac{c\lambda Q|Q|}{2gDS^2} dx = 0 \quad (3.99)$$

Supposons le débit Q_I constants durant Δt , la dernier intégrale va être calculé par voie explicite :

$$[H_{I+1} - H_I] + R[Q_{I+1} - Q_I] + TQ_I|Q_I| \quad (0.3.100)$$

Avec ; $T=B(x_{I+1} - x_I)$ et

$$B = \frac{\lambda}{2gDS^2}$$

Regroupons les termes avec l'indice (I+1) dans la première partie et ceux avec l'indice (I) dans la seconde partie :

$$H_{I+1} + RQ_{I+1} = H_I + Q_I [R - T|Q_I|] \quad (3.101)$$

Nous prenons $WP = H_I + Q_I [R - T|Q_I|]$ (a)

Nous trouvons

$$H_{I+1} + RQ_{I+1} = WP \quad (3.102)$$

Le WP est en référence à la « caractéristique plus » (W^+).

Nous allons utilise la même procédure précédente et ceux en intégrant l'équation (3.95) ; nous trouverons le long de la caractéristique W^- :

$$H_{I+1} - RQ_{I+1} = WM \quad (3.103)$$

Le WM est en référence à la « caractéristique moins » (W^-).

$$WM = H_{I+2} - RQ_{I+2} [R-T|Q_{I+2}|] \quad (b)$$

Où $T = B(x_{I+1} - x_{I+2})$

Les intégrations que nous venons d'effectuer ont pour base les conditions suivantes :

- La conduite est a caractéristiques constantes (A, e, Ec, ...)
- Le point I+1 est encadré de part et d'autre par les points I et I+2.

Dans le cas ou le point I+1 est un point limite nous ne disposerons alors que d'une seule équation (le long de W^+ ou le long de W^-) pour déterminer les inconnus H_{I+1} et Q_{I+1} .

Dans ce cas on fera appel à une équation spéciale adaptée à la condition limite considérée. Les équations cites au part avant sont obtenues en adoptant un schéma aux différences explicite qui nous permet de calculer les deux inconnues H et Q en chaque point du maillage au fur et à mesure que l'onde arrive aux nœuds (Ouragh,1994).

Sachant que la précision dans les calculs est généralement satisfaisante mais la méthode présente l'inconvénient de lier le pas d'espace au pas de temps.

b- Schéma numérique déduit de la théorie des caractéristiques :

Supposons (H, Q) connue à l'instant $n\Delta t$ en tous point $i\Delta x$ du maillage rectangulaire, Les valeurs de H et Q à l'instant $(n+1)\Delta t$ au point considéré sont donnée par l'intersection des courbes caractéristiques WP et WM.

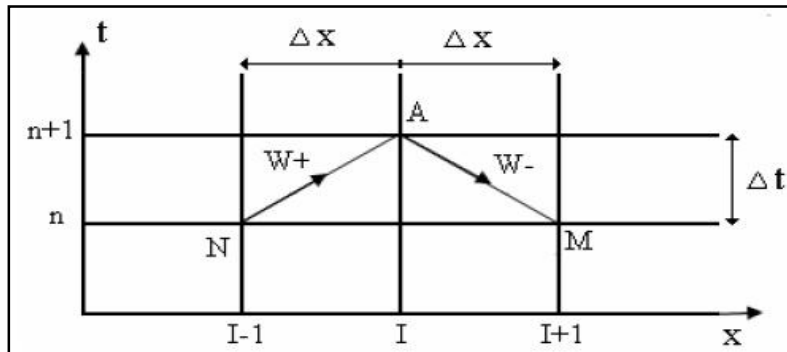


Figure 3-8 : Schéma numérique.

Pour calculer par exemple H_{I+1} nous sommions les deux équations (a) et (b) :

$$H_{i+1} = \frac{WP + WM}{2} \quad (3.104)$$

Pour calculer Q_{I+1} nous ferons la différence des deux équations (a) et (b) :

$$Q_{i+1} = \frac{WP - WM}{2R} \quad (3.105)$$

3.6 Etude de la rupture de la veine liquide :

Comme l'eau ne supporte pratiquement pas d'efforts de traction, toutes les fois où la dépression dans les conduites atteint des valeurs très faibles (pression minimale absolue inférieure à 8m), il y'aura libération du gaz dissous, et il peut se produire une rupture de la veine liquide, par suite de l'interaction de grandes bulles gazeuses au milieu de l'écoulement. Ceci est très important aux points élevés, qui tendent à être coupés par la phase gazeuse qui pourra occuper toute la section et l'écoulement se fera alors en surface libre ; séparation de la veine liquide, comme ces montré dans la figure (Lencastre,2002).

la rupture de la veine liquide peut survenir quand nous constatons cette relation :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta T} > Sg \sin(\theta + i) \quad (3.106)$$

ou:

ΔQ ; variation du débit.

θ : pente de la conduite avec l'horizontale.

i : perte de charge.

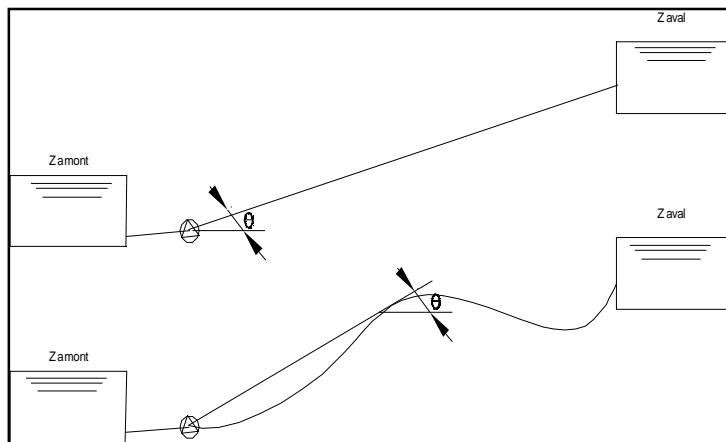


Figure 3-9 : Schéma explicatif.

3.7 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté le phénomène du coup de bélier pouvant être généré par l'arrêt inopiné d'un groupe électropompe, produisant ainsi quatre phases, jusqu'à la stabilisation finale, après dissipation totale des pertes de charges.

Comme nous l'avons vu ce phénomène est induit par les variations des paramètres hydrauliques plus précisément de la vitesse, ces variations se présentent par des équations différentielles que nous devons résoudre. Pour leur résolution nous avons choisi d'utiliser la méthode des caractéristiques, qui considère une discrétisation de la conduite.

Dans ce chapitre les équations développées ont été élaboré pour une conduite ne comportant pas de singularité soit de rang -1-. Dans le chapitre suivant nous allons étudier le coup de bélier dans le cas de rang -2- et cela en généralisant les équations et les résultats obtenues pour le cas de notre étude.



Chapitre -4-

**MODELISATION DU COUP DE BELIER
DANS UN RESEAU DE RANG-02- EN
REFOULEMENT**

4.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous modéliserons le phénomène du coup de bélier dans le cas d'un arrêt inopiné de la pompe, refoulant dans une conduite qui comporte une ramification. Quand nous avons deux conduites qui sortent d'un même point nous obtenons le rang-2-.

En se basant sur la méthode des caractéristiques nous étudions le comportement de la conduite vis-à-vis de ce phénomène de manière à connaître la rigidité de cette dernière , et de bien dimensionner les moyens de protection grâce à la détermination des surpression et des dépressions maximum pouvons surgir .

4.2 Etude du coup de bélier dans le cas de raccordement de plusieurs conduites

Dans la pratique nous pouvons aussi avoir le cas de raccordement de plusieurs conduites, une conduite maîtresse plus une bifurcation en un point A de caractéristiques différentes comme nous le montre la figure 4.1.

avec: $QA_1 = QA_2 + QA_3$;

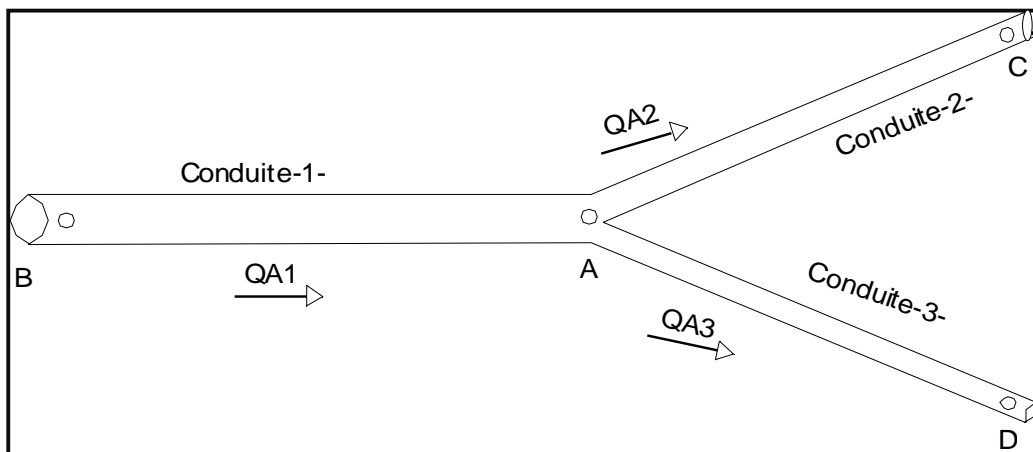


Figure 4-1 : Schéma du réseau de rang-2-.

Nous supposons ensuite que les caractéristiques (pression – débit) sont connus au point B, C, D au temps t et nous déterminerons les caractéristiques du point A au temps $(t + \Delta t)$, nous aurons quatre équations pour quatre valeurs inconnues :

$HA_{(t+\Delta t)}$ qui est la même pour les trois conduites, $QA1_{(t+\Delta t)}$, $QA2_{(t+\Delta t)}$, $QA3_{(t+\Delta t)}$ débits véhiculés respectivement par les conduites 1,2 et 3(Ouragh,1994).

Nous obtenons donc un système de quatre équations à quatre inconnues que nous pouvons facilement résoudre . Mais si le nombre de conduites devient important, alors on présente le système sous forme matricielle et qui sera résolu par la méthode de **Gauss** en triangularisant la matrice carrée obtenue.



❖ Premier équation ;

Cette équation traduit la conservation des débits et donc compte tenue de la convention du signe de l'axe des x soit dans le sens (BAD) nous aurons;

$$QA1_{(t+\Delta t)} = QA2_{(t+\Delta t)} + QA3_{(t+\Delta t)} \quad (4.01)$$

Donc le débit qui arrive en A est égal au débit qui en sort.

❖ Seconde équation:

Le long de la caractéristique C^+ pour la conduite (01) nous pouvons écrire :

$$HA_{(t+\Delta t)} + R_1 \times QA1_{(t+\Delta t)} = WP1$$

Ou ;

$$WP1 = HB_{(t)} + QB_{(t)} \times [R_1 - T_1 \times |QB_{(t)}|] \quad (4.02)$$

❖ Troisième équation:

Le long de la caractéristique C^- pour la conduite 2 nous pouvons écrire :

$$HA_{(t+\Delta t)} - R_2 \times QA_{(t+\Delta t)} = WM2$$

Ou ;

$$WM2 = HC_{(t)} + QC_{(t)} \times [R_2 - T_2 \times |QC_{(t)}|] \quad (4.03)$$

❖ Quatrième équation

Le long de la caractéristique C^- pour la conduite 3 nous pouvons écrire :

$$HA_{(t+\Delta t)} - R_3 \times QA_{(t+\Delta t)} = WM$$

Ou ;

$$WM3 = HC_{(t)} + QC_{(t)} \times [R_3 - T_3 \times |QC_{(t)}|] \quad (4.04)$$

Nous obtenons un système de quatre équations à quatre inconnues dont la résolution peut se faire à la main. Si le nombre de conduites issues d'un raccordement est important, nous pouvons représenter le système sous forme matricielle et qui sera résolue par la méthode de gauss (Ouragh,1994).



4.3 Etude du coup de bélier dans le cas d'une pompe :

Le fonctionnement d'une pompe centrifuge (ou tout autre turbopompe) dans ces conditions inhabituelles (vitesse de rotation positive, débit négatif) se produit lors de sa mise en marche et dès son arrêt, nous aurons quatre cas possible de fonctionnement de la pompe (Ouragh,1994).

- sens de rotation positif, sens d'écoulement positif :

Dans ce cas la caractéristique $H(Q)$ pour une vitesse de rotation N donnée revêt l'allure montrée à la figure suivante 4.02-a / b.

- sens de rotation négatif, sens d'écoulement positif:

Un tel cas peut se présenter par suite d'une erreur de connexion au sein du moteur d'entraînement et par conséquent ne présente pas d'intérêt pour l'étude du coup de bélier. Sur la figure nous montrons l'allure de la caractéristique $H(Q)$ pour une vitesse de rotation donnée. Les courbes $H(Q)$ sont beaucoup inférieures et très tombantes par rapport aux courbes normales. figure 4.2-c.

- sens de rotation positive, débit négatif:

Ce cas peut se présenter lors de la disjonction de la pompe. En effet la vitesse décroît dans ce cas, mais restant toujours positive et il arrive que la hauteur du réservoir R2 soit supérieure à celle de refoulement dit de la pompe. Comme le montre la figure 4.2-d.

- sens de rotation négatif, sens d'écoulement inversé:

Lors d'une disjonction d'une pompe, il peut arriver, à cause de la différence des hauteurs de remplissage, que le débit (de R2 vers R3) inverse augmente. Si ce débit est assez important il peut arriver que la pompe fonctionne comme une turbine hydraulique soit le fluide entrainera cette pompe dans le sens de rotation inverse. Cet écoulement du fluide dans le sens inverse ne s'arrêtera qu'avec la fermeture complète du clapet anti retour. Dans ce cas nous aurons la figure 4.2-e.

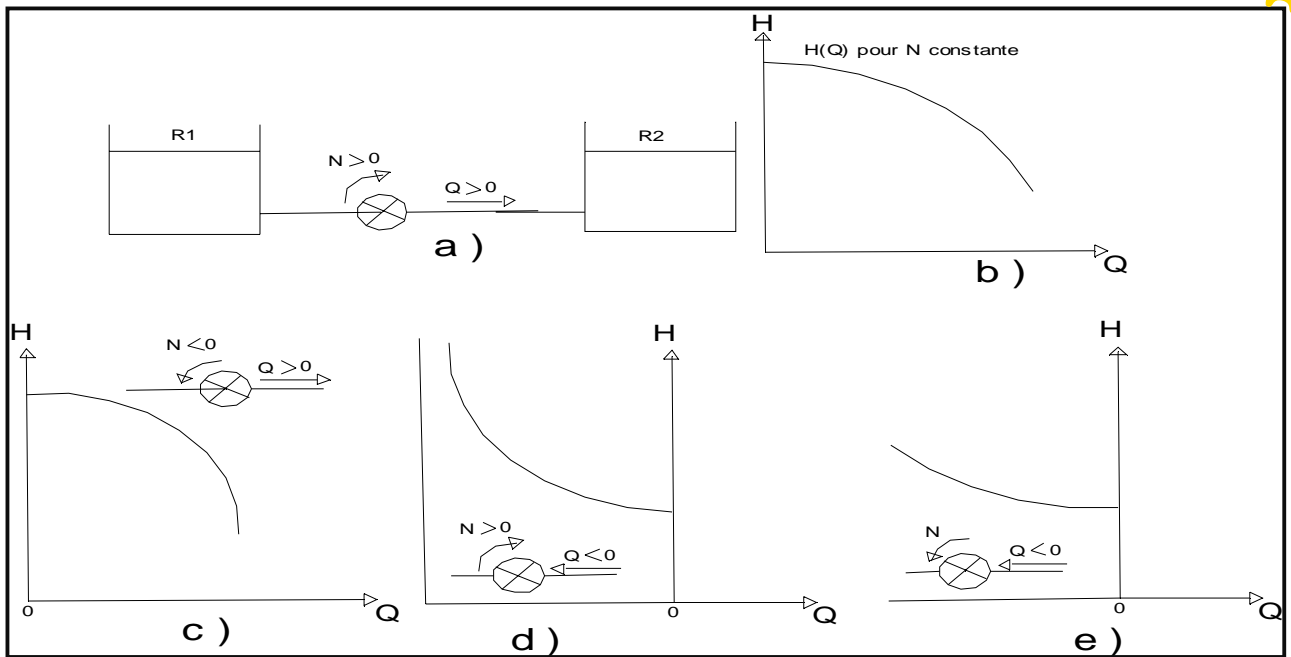


Figure 4-2 : Schéma de $H(Q)$ pour différents cas.

4.4 Etude du cas de raccordement de deux conduites :

Soit deux conduites raccordées au point I . Le calcul des grandeurs H_I et Q_I sera basé sur les expressions déjà développées au par avant en les adaptant aux tronçons 1 et 2 nous aurons les résultats comme suit (Ouragh,1994):

1° - tronçon 1 :

$$H_I + R_1 Q_I = WP \text{ avec : } WP = H_{(I-1)} + Q_{(I-1)} [R_1 - T_1 |Q_{(I-1)}|] \quad (4.05)$$

2°- tronçon 2

$$H_I - R_2 Q_I = WM \text{ avec : } WM = H_{(I+1)} - Q_{(I+1)} [R_2 - T_2 |Q_{(I+1)}|] \quad (4.06)$$

Les termes (hauteurs - débits) entrant dans les expressions de WP et WM sont ceux des points (I - 1) et (I +1) relevés ou connues au temps t alors que H_I et Q_I sont des paramètres qui auront lieu au temps(t + Δ t) et au point I.

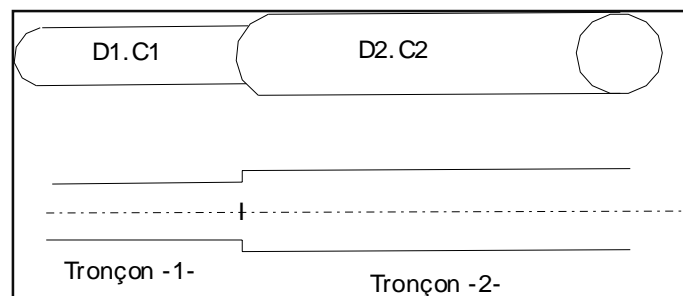


Figure 4-03 : Raccordement de deux conduites avec $D_1 < D_2$.

4.5 Détermination de (H et Q) dans le cas d'un refoulement de rang -2- :

Pour cela nous allons utiliser les recherches développées dans l'article apparu dans le journal de la houille blanche (Salah et al ,2003).

pour ce faire les auteurs ce sont basés sur les hypothèses de calculs suivantes :

- existence des réservoirs à plan d'eau supposé invariable.
- L'exemple considère le cas d'un réseau télescopique enterré, dans un sol de caractéristiques homogènes.
- le réseau est considéré comme très faiblement ramifié, comportant un seul nœud d'aboutissement des conduites, et sans moyen de protection .
- L'unité de temps est telle que :

$$\frac{l_1}{C_1} = \frac{l_2}{C_2} = \frac{l_3}{C_3} = \dots = \frac{l_n}{C_n} = \Delta t = 1 \text{ sec} \quad (4.07)$$

Le réseau en refoulement, est constitué de conduites de caractéristiques uniques, de même matériau, qui alimente deux réservoirs R 1 et R 2 .

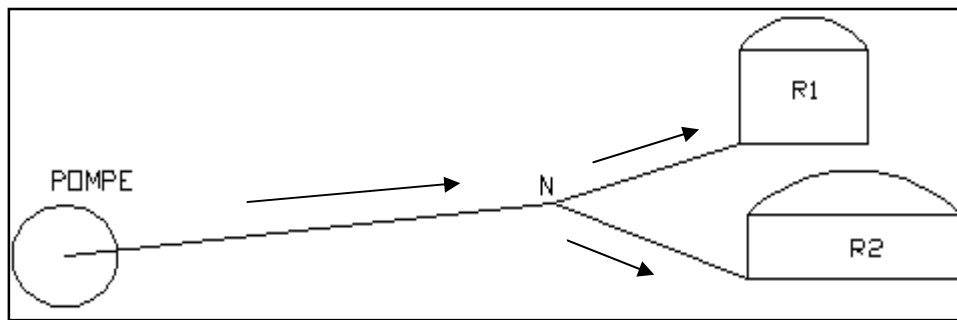


Figure 4-04: Alimentation de deux réservoirs par une pompe.

Nous désignons par :

- ❖ $H_p = H_1, H_2, H_3$ et q_1, q_2, q_3 , respectivement les charges et les débits connus en régime permanent, soit au temps (t_0) .
- ❖ $H_N, Q_{1N}, Q_{2N}, Q_{3N}$ charge au nœud (N) et débits inconnus à l'instant $(t+1)$ en régime transitoire, aboutissant au nœud (N).

Par application des équations développées dans le précédent chapitre (3.87) et (3.89) à chacune des trois conduites nous aurons :

- Pour la première conduite :

$$H_N + \frac{c_1}{gS_1} Q_{N1} = H_1 + \frac{c_1}{gS_1} q_{N1} - T_1 Q_{N1}^2 + R_1 q_{1N}^2 \quad (4.08)$$

- Pour la deuxième conduite :

$$H_N + \frac{c_2}{gS_2} Q_{N2} = H_2 + \frac{c_2}{gS_2} q_{N2} - T_2 Q_{N2}^2 + R_2 q_{2N}^2 \quad (4.09)$$



- Pour la troisième conduite :

$$H_N + \frac{c_3}{gS_3} Q_{N3} = H_3 + \frac{c_3}{gS_3} q_{N3} - T_3 Q_{N3}^2 + R_3 q_{3N}^2 \quad (4.10)$$

D'autre part, nous pouvons écrire au nœud (N) :

$$\sum_{i=1}^{n=3} Q_i = 0 \quad (4.11)$$

n: c'est le nombre de tronçons aboutissant au nœud « N » .

D'une façon générale, nous aurons :

$$H_N + \frac{c_i}{gS_i} Q_{Ni} = H_i + \frac{c_i}{gS_i} q_{Ni} - T_i Q_{Ni}^2 + T_i q_{iN}^2 \quad (4.12)$$

pour la simplification nous posons :

$$\frac{c_i}{gS_i} = R_i \quad (4.13)$$

et ;

$$H_i - \frac{c_i}{gS_i} q_{Ni} + R_i q_{iN}^2 = F_i \quad (4.14)$$

ainsi que :

$$T_i = \frac{8\lambda_i l_i}{g\pi^2 D_i^5} \quad (4.15)$$

Le facteur λ , qui désigne le coefficient de frottement des pertes de charge linéaires, est donné par la relation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D_i}{3.7} \right) \quad (4.16)$$

nous aurons ce système :

$$\begin{cases} H_N - R_i Q_{Ni} + T_i Q_{iN}^2 = F_i \\ \sum_{i=1}^{n=3} Q_{Ni} = 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

Pour trouver une solution analytique il faut procéder par itération à partir du système suivant (Salah et al,2003):



$$\begin{cases} H_N - (R_i + T_i |q_i |)Q_i = F_i \\ \sum_{i=1}^{n=3} Q_{Ni} = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Posant : $(R_i + T_i |q_i |) = W_i$

Ce qui nous donne :

$$\begin{cases} \frac{H_N}{W_i} - Q_{Ni} = \frac{F_i}{W_i} \\ \sum_{i=1}^{n=3} Q_{Ni} = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Par conséquent:

$$H_N = \frac{\sum_1^n F_i / W_i}{\sum_1^n \frac{1}{W_i}} \quad (4.20)$$

$$Q_{Ni} = \frac{F_i - H_N}{W_i} \quad (4.21)$$

Ces équations seront résolues au moyen d'un programme à la base d'un exemple numérique simple.

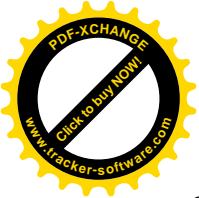
4.6 Modélisation du coup de bélier :

4.6.1. Notions de modèles mathématiques

4.6.1.1 Modèle mathématique, concept général:

Un modèle est, par définition, une conceptualisation de la réalité, une certaine image de la réalité que nous nous créons soit une image incomplète et partielle, comprenant des caractéristiques, des attributs de la réalité qui nous intéressent en particulier ou que nous avons la chance (ou la possibilité) de connaître. Un modèle mathématique est un ensemble de concepts d'intérêt formalisés sous la forme d'expressions mathématiques. Un modèle numérique serait une méthode de résolution des expressions (équations) mathématiques conceptualisant la réalité dans les limites de notre intérêt.

Ainsi, pour la plupart des applications d'ingénieur, le modèle newtonien décrit parfaitement bien le domaine de la mécanique, bien que nous le sachions conceptuellement limité par rapport à d'autres conceptions possibles (par exemple, mécanique einsteinienne). Le terme « modèle » est un terme générique, un modèle peut être déterministe, statistique, stochastique, etc.



Qu'il s'agisse de l'hydraulique ou d'un autre domaine, nous pouvons diviser les modèles employés en trois grandes classes : modèles déterministes, « boîtes noires », modèles stochastiques et statistiques (Cunge ,2014).

4.6.1.2 *Modèle mathématique en hydraulique :*

En langage courant d'ingénieur « un modèle mathématique » est généralement un progiciel dont le cœur consiste en un programme permettant de résoudre numériquement une ou plusieurs équations, le plus souvent différentielles ou intégrales, mais aussi algébriques, souvent non linéaires. Ce cœur peut correspondre aussi bien à une conceptualisation déterministe.

4.6.1.3 *Les paramètres définissent un modèle :*

Un modèle est généralement défini par :

- **Variables d'entrée** (variables indépendantes) : il s'agit des entrées du modèle, qui sont essentiellement le diamètre de la conduite, l'épaisseur et la longueur .
- **Variables de sortie** (variables dépendantes) : il s'agit des sorties du modèle, qui sont généralement les débits, les vitesses simulés à la sortie de la conduite...etc.
- **Variables d'état** : il s'agit des variables internes au système, qui évoluent en fonction du temps et rendent compte de l'état du système à un moment donné.

Le modèle comprend 2 étapes essentielles pour un bon fonctionnement et qui sont :

Calage : au sens strict du terme, c'est l'opération qui consiste à trouver les valeurs des paramètres du modèle qui minimisent l'erreur de modélisation.

Validation : étape indispensable de la mise en œuvre d'un modèle, il s'agit de l'évaluation des performances du modèle sur un jeu de données qui n'a pas été utilisé lors du calage.

4.6.2 *L'application courante des modèles en hydraulique (coup de bélier) :*

La modélisation mathématique est devenue une approche classique dans ce domaine, qu'il s'agisse d'élaborer des projets d'installations ou de les gérer, une fois construites. Les applications classiques concernent des réseaux destinés à transporter l'eau (réseaux d'irrigation, conduites forcées d'usines hydroélectriques, réseaux d'eau potable). Ces réseaux peuvent être très complexes, soit du point de vue topologique (grand nombre de tronçons, maillage), soit du fait des éléments qu'ils contiennent (réseaux équipés en turbines, pompes, régulateurs, protections contre les effets de coup de bélier). Néanmoins, pour ce type d'applications, nous trouvons sur le marché des outils fiables. La situation devient moins claire lorsqu'il s'agit de situations où peuvent apparaître : cavitation, écoulements biphasiques, problèmes thermiques, rupture de canalisations. Ainsi, au-delà du domaine classique évoqué ci-avant, l'ingénieur doit faire face à une difficulté de choix de la conceptualisation, de la méthode, du logiciel, du matériel informatique.

La difficulté d'élaborer un bon logiciel de calcul de coup de bélier pour une situation classique (écoulement d'eau sans cavitation) ne réside pas dans l'algorithme relatif à la



propagation de l'onde de pression. La qualité du logiciel sera déterminée par la simplicité ou la complexité de la dentition non ambiguë des connexions du réseau, par la détermination de la séquence de calcul des tronçons, par la prise en compte de divers dispositifs (vannes, clapets, pompes, turbines) et, bien entendu, par sa manière de présenter les résultats, tâche qui est loin d'être facile lorsque nous étudions la propagation des ondes dans un réseau maillé complexe avec de nombreux dispositifs (Cunge ,2014).

Le problème algorithmique consiste à disposer d'une méthode numérique assurant la rapidité de calcul, notamment en présence d'ouvrages de contrôle (vannes) dont l'état est variable. Les algorithmes sont fondés sur des méthodes de résolution des équations algébriques non linéaires (qui expriment la relation existant entre pression et débit ainsi que la continuité des débits aux nœuds du réseau) par les itérations.

4.6.3 Évolution de l'utilisation des modèles : du calcul à l'hydro informatique

4.6.3.1 Systématisation historique :

La modélisation mathématique en hydraulique et hydrologie au sens moderne du terme, c'est-à-dire en utilisant les ordinateurs digitaux, date des années 50. C'est en 1952-1953 que le groupe de chercheurs de l'université de New York (**Stoker, Isaacson et Troesch**) a pu construire, en écrivant un programme et en utilisant un ordinateur, un modèle moderne de la propagation des crues le long d'un tronçon du Mississippi, incluant sa confluence avec l'Ohio. Depuis, les modèles ont subi une série de transformations, passant par quatre générations :

- première génération : des formules numérisées. Cette génération s'est maintenue jusqu'au début des années 60 .
- deuxième génération : des modèles numériques spécifiques, dédiés, par exemple le modèle d'un tronçon du Rhône, le modèle de la mer du Nord. Il s'agissait de programmes créés à cette fin unique et demandant des modifications importantes dès que nous voulions les utiliser pour une autre application. Cette génération a régné sans conteste entre 1960 et 1970 ;
- troisième génération : des systèmes généraux de modélisation. Un système, conçu pour simuler la propagation des crues, permet aussi bien de construire un modèle de la Seine qu'un modèle du Niger. Ces systèmes ont été utilisés à partir de 1965 et on les utilise encore aujourd'hui (en 1995) ;
- quatrième génération : les progiciels véritables, des systèmes généraux de modélisation exploités d'une manière conversationnelle.

Le passage d'une génération à l'autre a été conditionné par les développements de la technologie des ordinateurs, lesquels ont alors créé le nouveau concept de progiciels. Du point de vue de l'hydraulique ou de l'hydrologie, il n'y a pas de différence entre les systèmes de troisième et quatrième génération, les derniers ont en général été dérivés directement des précédents. Du point de vue de l'utilisateur, par contre, la différence est grande. Les premiers systèmes de 4e génération sont apparus aux environs des années 1986-1987. Commercialement, ils visent un large public d'utilisateurs et doivent, par



définition, être relativement bon marché, pouvoir être implantés sur des stations de travail sous MS-DOS ou sous UNIX.

Trois points essentiels sont à retenir en ce qui concerne les systèmes de 4^e génération car ils définissent le caractère révolutionnaire, au début mal perçu, de leur apparition :

- ils accélèrent et consacrent la séparation entre utilisateur et fabricant de logiciels. Leurs premières caractéristiques sont la fiabilité, la convivialité, les graphismes, l'ouverture vers l'extérieur.

Tout cela demande souvent des centaines de milliers de lignes source de code et rend impossible toute modification du code par l'utilisateur ;

- ils ne peuvent être employés par n'importe qui, malgré leur convivialité. L'utilisateur doit être un hydraulicien ou un hydrologue hautement qualifié pour pouvoir bien poser les problèmes et tirer les conclusions correctes. Par contre, ses connaissances en informatique, et notamment en programmation, peuvent être moins que rudimentaires et, en bien des cas, nulles ;
- ils intègrent toutes les données initiales et les utilisent, au travers des préprocesseurs, de la simulation numérique et des post-processeurs pour créer des informations nouvelles, lesquelles sont présentées à l'utilisateur d'une manière qui lui permette d'avoir une vision soit globale, soit détaillée, soit par intersection des ensembles de résultats, soit par croisements des résultats. Ainsi, l'utilisateur obtient une valeur ajoutée d'information.

Les codes de modélisation sont devenus des outils de professionnels (hydrauliciens, hydrologues) fabriqués par d'autres professionnels (instituts et sociétés spécialisés, capables de réunir les compétences de plusieurs équipes : hydrauliciens numériques, informaticiens, mathématiciens). L'idée qu'un amateur connaissant l'hydraulique et MS-DOS puisse fabriquer un code personnel et que ce code puisse ensuite être utilisé professionnellement ne peut plus être retenue. Un code personnel n'est pas un outil fiable pour un bureau d'études ou pour un ingénieur-conseil (Cunge, 2014).

4.6.3.2 Lien entre modélisation et matériel :

Nous avons décrit la « spirale ascendante » des interactions entre moyens informatiques disponibles et développements de la modélisation, les développements théoriques, touchant à la fois aux méthodes numériques spécifiques et à la formulation mathématique des lois hydrauliques, d'une part, et des logiciels mêmes, d'autre part.

Chaque nouveau saut qualitatif dans le domaine du matériel, qu'il s'agisse des ordinateurs eux-mêmes ou des outils logiciels, implique un changement dans le domaine de la modélisation.

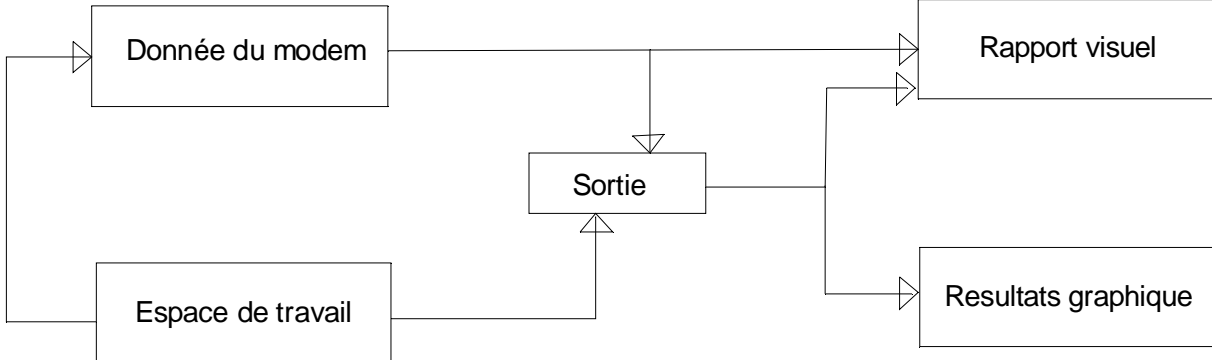


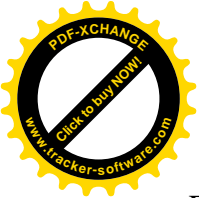
Mais, en général, ce changement n'est pas immédiat en ce qui concerne le fond des problèmes. L'évolution très rapide du matériel incite à s'attaquer à des problèmes difficiles tels que la turbulence ou la modélisation tridimensionnelle. Les résultats des premières tentatives ne sont, en général, pas probants car la seule capacité des ordinateurs n'apporte pas grand-chose quant à la compréhension du problème, si la formulation des problèmes physiques reste déficiente. Mais ces tentatives incitent à leur tour à rechercher des formulations convenables et, cette fois-ci, adaptées aux moyens disponibles. Il existe donc un certain décalage entre les deux types de développements et l'ingénieur doit être attentif à employer ce que la recherche et le développement lui offrent.

Un autre aspect des liens entre matériel et modélisation, est un changement profond de la qualité et de la quantité d'informations obtenues à partir d'un modèle (Cunge ,2014).

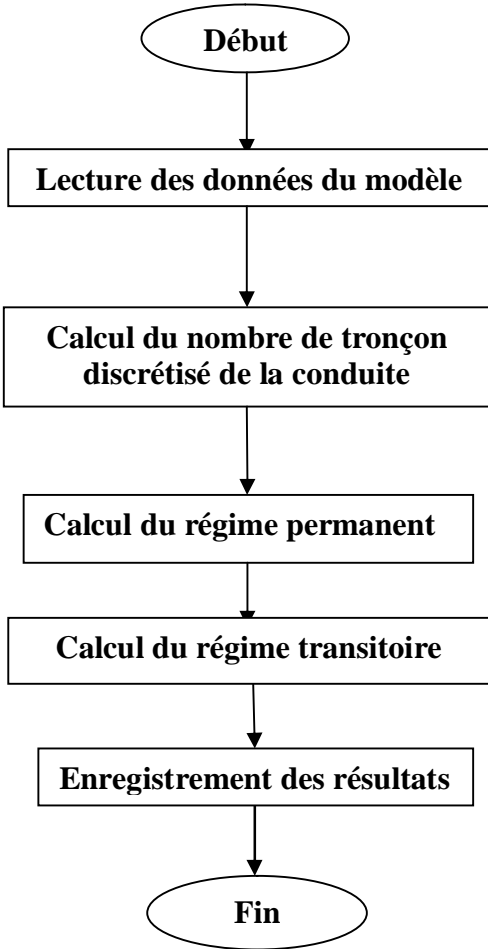
4.7 Choix du modèle pour l'étude du coup de bélier dans le cas en refoulement rang-2- :

Nous allons utiliser le logiciel AFT impulse pour notre modélisation , ce dernier ce base sur le model suivant ;[tutoriel du logiciel].





Et l'organigramme du programme est comme suit ;



l'organigramme du programme

4.7.1 Définition du logiciel :

L'AFT Impulse™ 4.0, puissant de la technologie appliquée des flux est un outil de modélisation de béliers. Avec AFT Impulse nous pourrions modéliser les perturbations provoquées par un large éventail de comportement du système de conduite. Cette volonté permet de comprendre les extrêmes de pression transitoires et, quand nécessaire, la taille et de localiser l'équipement de suppression des surtensions. AFT Impulse comprend un moteur de solution à l'état stationnaire qui résout le système en conditions initiales. Ces résultats sont utilisés pour automatiquement initialiser le modèle transitoire.

L'AFT Impulse peut donner un aperçu critique dans la cause du problème, et permettre à l'ingénieur pour évaluer la conception et / ou des modifications opérationnelles à résoudre le problème.



4.7.2 Capacités de modélisation :

AFT Impulse offre un large éventail de fonctionnalités pour la modélisation système de tuyauterie transitoires. Ceux-ci comprennent:

- Transitoires dans (recyclage) des systèmes ouverts et fermés.
- Les systèmes avec des transitoires de soupape.
- Les systèmes avec des transitoires de pompe.
- Systèmes avec cavitation transitoire et la séparation de la colonne de liquide.
- Systèmes avec dispositifs de protection contre les surtensions tels les accumulateurs.
- réservoirs et des vannes de disjoncteurs à vide.

4.7.3 Le solveur de régime permanent :

Avant qu'un modèle de coup de bélier peut être exécuté, l'état d'équilibre des conditions initial sont requises. **AFT** Impulse obtient la solution à l'état stationnaire en utilisant un algorithme de solution de matrice de Newton-Raphson pour obtenir une masse et équilibre dynamique. L'algorithme est similaire à celui utilisé dans l'acclamé **AFT** Fathom™. Il peut aussi s'exécuté en mode " Steady seulement ", où seul les constantes hydraulique de tuyaux d'écoulement sont modélisés. Lorsqu'il est exécuté en Mode " transitoire", la solution de flux constant est utilisée pour initialiser automatiquement la solution transitoire.

Cette commodité évite souvent au processus , des sources d'erreurs et permet de régler manuellement les conditions initiales, et permet à l'utilisateur de modifier et relancer le modèle rapidement et en toute sécurité.

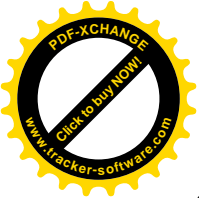
4.7.4 Le solveur du régime transitoire :

AFT Impulse utilise la méthode traditionnelle des caractéristiques (MOC) pour résoudre les équations transitoires de l'écoulement de la canalisation. Une masse et un moment sont effectués à tous les postes informatiques dans chaque tube, précision qui représente la propagation des ondes de pression tout au long du système transitoires . Le MOC est une technique de solution explicite, où les marches du solveur pendant une durée de temps sont spécifiée par l'utilisateur .

4.7.5 Hypothèses d'ingénierie en AFT Impulse :

AFT Impulse est basé sur la mécanique des fluides fondamentaux suivants hypothèses :

- écoulement de liquide
- Écoulement unidimensionnel
- Pas de réactions chimiques
- vitesse de rotation reste constante pendant les transitoires
- Libération de gaz non condensable est négligeable
- Bulles qui se forment pendant la cavitation transitoire ne bougent pas



4.8 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons déterminé le débit ainsi que la charge de la pompe lorsque l'écoulement du liquide se trouve en régime transitoire avec un réseau comportant des bifurcation pour l'alimentation de plusieurs réservoirs au même temps . Pour l'étude de la célérité d'onde et la détermination des points critiques de pression nous avons choisi d'utiliser le logiciel **AFT** impulse qui dans son model se base sur la méthode des caractéristiques et cela en discrétisant la conduite en plusieurs points .Dans le prochains chapitre nous allons appliquer le modèle pour un cas réel et se comparer au résultats obtenu avec des observations.



Chapitre-5-

ETUDE DES MOYENS DE PROTECTION



5.1 Introduction :

Nous allons, dans ce chapitre , étudier les moyens de protection contre le phénomène du coup de bélier , que ce soit pour une élimination total ou une minimisation de ces effets et cela dans le but de rendre le système le plus durable et fonctionnelle mais aussi le plus économique . Si le profil de la conduite se rapproche de la ligne piézométrique initiale , l'arrêt brusque provoquera des pressions inférieures à la pression atmosphérique , qui ne peut baisser au dessus des tensions de vapeurs à fin d'éviter la vaporisation ou même la rupture de la veine liquide d'autre part nous devons assurer l'alimentation de l'eau même après l'arrêt de pompe.

5.2 Les risques dus aux coups de bélier:

➤ *La forte pression.*

Les coups de bélier provoquent des surpressions qui s'ajoutent à la pression initiale. Si la somme de la pression initiale et de la surpression est supérieure à la pression maximale admissible des tuyaux il y a risque de rupture des tuyaux et de déboîtement des joints.

Dans la pratique, les canalisations possèdent une certaine pression d'épreuve (PE), c'est la pression maximale garantie par le constructeur que la canalisation peut supporter, passé cette pression la canalisation risque la rupture (Domingo, 2011).

➤ *La pression négative:*

Une autre conséquence des coups de bélier peut être l'apparition d'une pression relative négative. Si le profil en long de la canalisation est défavorable c'est-à-dire si la poche de vapeur peut se former sur une grande distance, la canalisation peut être aplatie par l'implosion. Si ce cas reste assez peu fréquent, il peut arriver néanmoins que les joints soient aspirés ce qui a pour effet de rompre l'étanchéité de la conduite (Domingo ,2011).

Une conséquence de la cavitation est la détérioration de l'enduit intérieur du tuyau, mais le risque le plus grave est celui de l'éclatement de la conduite lors du retour à des pressions positives : les pressions obtenues à ce moment sont en effet souvent très importantes (Domingo ,2011).

➤ *La fatigue des tuyaux :*

Comme autre conséquence des coups de bélier, nous pouvons citer la fatigue qu'entraîne pour le matériau une alternance rapide de fortes et faibles pressions, même si chaque onde de surpression n'est pas suffisante, à elle seule, pour créer la rupture. Ce phénomène se produit surtout lors des fortes différences de pression, engendrées par une variation importante de débit, en particulier dans le cas où l'oscillation, faiblement amortie, peut durer plusieurs dizaines de minutes (Domingo , 2011).



5.3 Les moyens de protection contre le coup de bélier :

D'après les chapitres précédents nous pouvons déduire que la cause de la variation des pressions c'est le changement des vitesses du fluide. En conséquence, une façon de diminuer l'effet des régimes transitoires sera d'empêcher leurs accroissement .

Une option est de dimensionner les canalisations avec une résistance mécanique qui permettra de subir les surpressions pendant le régime transitoire, cette option, engendre un risque de surdimensionnement du réseau et augmente du cout.

Nous pouvons aussi ajouter des dispositifs pour réduire la cause des oscillations, les variations de la vitesse du fluide . Cette mesure de protection directe est toujours en série avec la canalisation, ça permet de réduire l'effet dès que le régime transitoire commence. Par contre, quand il n'est pas possible de modifier la cause directement, nous pourrons aussi modifier non la cause mais l'effet, en les diminuant. Ces dispositifs indirects, sont mis en parallèle avec la canalisation. Ils procèdent seulement quand le coup de bélier est produit autour.

Nous avons deux types de dispositifs d'action directe et indirecte ;

- Dispositifs d'action directe :

Volant d'inertie - Clapet anti retour -Vanne à fermeture automatique -Amortisseurs en ligne

- Dispositifs d'action indirecte :

Ballon anti bélier -Cheminées d'équilibre -Réservoir unidirectionnel -Soupape de décharge By-pass -Ventouses -Déversoir

5.3.1 Dispositifs anti-bélier conventionnels :

Parmi les systèmes et les équipements de protection contre le coup de bélier nous soulignons:

- ❖ Volant d'inertie :

Il y a longtemps, les volants d'inertie mécaniques servaient uniquement à maintenir les machines dans le bon fonctionnement de cycle en cycle, facilitant ainsi la tâche de la révolution industrielle. Au cours de cette période, plusieurs formes ont été conçues et mises en œuvre, mais il a fallu attendre au début du XXème siècle pour que les formes du volant et les contraintes de rotation aient été analysées en profondeur.

Plus tard, dans les années 70, le stockage d'énergie dans les volants d'inertie a été proposé comme un objectif prioritaire pour les véhicules électriques et générateurs de secours fixes. A la même époque, des rotors ont été construits en fibres composites, et dans les années 80, des paliers magnétiques ont commencé à apparaître (Domingo ,2011).



Il est monté sur l'arbre du groupe électropompe, peut renforcer l'effet de l'inertie du groupe et cela en assurant L'augmentation de l'inertie dans le groupe de pression permet d'allonger le temps d'arrêt, donc de diminuer les effets du coup de bélier. Toute fois la possibilité de l'utilisation des volants est assez limitée en effet, si la longueur de la conduite dépasse quelque centaines de mètres. Nous arriverons rapidement à des poids exagérés pour le volant et le système cesse d'être économique, d'autre part, plus le volant sera lourd, plus grande devra être la puissance du moteur pour vaincre, au démarrage, l'inertie de ce volant. Cette situation peut conduire à des appels d'intensité de courant impraticable, qui risquent de compromettre le démarrage des moteurs dans des conditions satisfaisantes (Lencastre , 2002).

L'inertie du groupe lui-même, renforcée éventuellement par l'inertie du volant, peut cependant être un moyen simple pour résoudre le problème dans quelques cas l'énergie cinétique E_c (J-Joule) dont le groupe est animé au moment du déclanchement est:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (5.01)$$

ou I est le moment d'inertie du groupe (kg. m^2) et ω la vitesse angulaire (rad/s)

$$I = \frac{PD^2}{4} \quad (5.02)$$

La puissance P (W-Watt) absorbé par le groupe est donnée par

$$P = \frac{\varpi QH}{n} \quad (5.03)$$

ou; ϖ est le poid spécifique (N/m^3) ; H la hauteur manométrique totale (m) ;

Q le débit (m^3/s) et n est le rendement correspondant au point de fonctionnement du groupe .a partir de la puissance , nous aurons le couple T (N.m):

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{\varpi QH}{\omega n} \quad (5.04)$$

Le travail réalisé durant le temps (dt) sera donc($T \omega dt$) .qui sera égal à la variation de l'énergie cinétique dE_c c'est-à-dire : $T \omega dt = d(I\omega^2/2)$

nous aurons : $T \omega dt = I \omega d\omega$, d'où les différences finies

$$\Delta\omega = \frac{P}{I} \Delta t \quad (5.05)$$

ces équations permettent de calculer le coup de bélier à partir de la méthode des caractéristiques , ou de Bergeron (Lencastre , 2002).



ce que nous pouvons conclure ici c'est que Le volant d'inertie est essentiellement un système ou un dispositif pour stocker l'énergie cinétique dans une masse en rotation. Sa principale caractéristique, par rapport à d'autres systèmes, est la capacité d'absorber et de transférer l'énergie dans des périodes de temps très courts. Il est convenable pour des systèmes mécaniques de cycle d'énergie discontinu où la période est très courte. C'est pour ça que les volants d'inertie ont traditionnellement été utilisés dans les moteurs et les compresseurs à pistons, presses, découpeuses, etc (Lencastre ,2002).

❖ Chambres ou cheminées d'équilibre :

Elles sont des récipients ouverts à forte hauteur protégeant le tronçon en aval et réduisant l'intensité du coup de bélier en amont.

Elles sont habituelles dans des conduits d'alimentation aux centrales hydro-électriques et dans les impulsions de distribution, non dans l'industrie.

Son utilisation est limitée par la topographie du terrain ,ils conviennent dans certains cas ou nous avons des faibles hauteurs manométriques de refoulement (Lencastre , 2002).

❖ *Ballon anti bélier:*

De façon classique ils se placent au collecteur de refoulement, il s'agit d'une réserve de fluide pouvant s'écouler dans le réseau. Le débit sortant du ballon se substitue au débit des pompes lors de la disjonction. à l'arrivée de l'onde de surpression le volume d'air dans le ballon fait office de tampon et permet ainsi de limiter cette surpression.

Ils sont utilisé dans le cas ou les conditions topographique ne sont pas favorables à l'utilisation d'une cheminée d'équilibre, donc nous avons recours à ces derniers .

pour améliorer l'effet du réservoir d'air comprimé , nous pouvons de même comme pour les cheminée d'équilibre placer à la liaison conduite-réservoir d'air , un dispositif capable de produire une perte de charge asymétrique , c'est-à-dire , plus grande dans le sens (conduite-réservoir) et plus faible dans le sens inverse .

D'une manière générale nous pouvons utiliser dans la pratique un tuyau court type Borda figure 5.1 -a.

Ou également nous pouvons utiliser un clapet orifice figure 5.1-b, de manière que, dans le sens réservoir conduite, la section de passage correspond à tout le clapet et que dans le sens conduite réservoir, le clapet se ferme et la section de passage soit réduite à la section

orifice, entraînant ainsi une perte de charge symétrique. Nous pouvons également utiliser un dispositif avec clapet de retenue et passage latéral figure5.1-c qui est hydrauliquement équivalent au clapet.

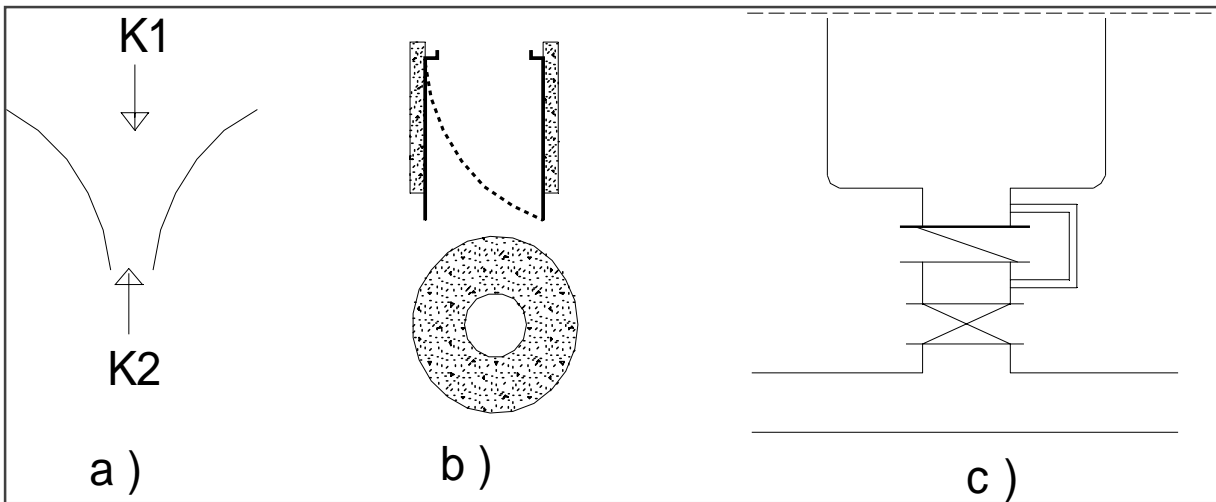


Figure 5-1 : les différents organes améliorant les effets du réservoir d'air.

Il existe 2 grands types de ballons anti béliers:

❖ *Les ballons à membrane ou à vessie :*

L'air et l'eau ne sont pas en contact, ce qui évite la dissolution d'air dans l'eau. Nous n'avons donc pas le problème de rétablir de façon périodique le volume d'air nécessaire au bon fonctionnement du ballon. Ces ballons doivent être pré-gonflés à la pression de pré-gonflage désirée (Domingo ,2011).

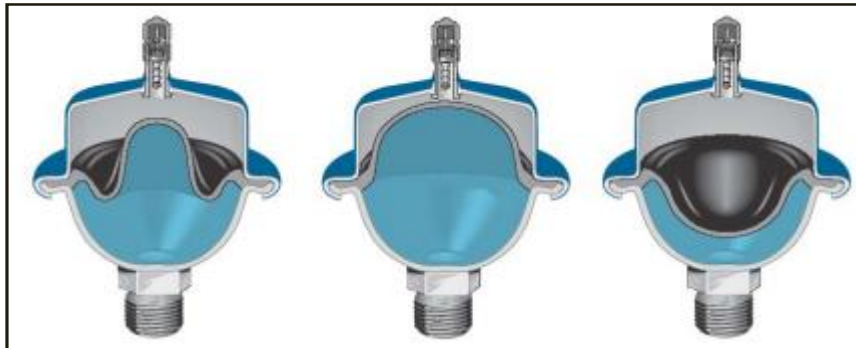


Figure 5-2.a :Schéma du ballon à membrane.

❖ *Les ballons sans membrane :*

Leurs inconvénients proviennent du contact entre l'air et l'eau. L'air se dissolvant dans l'eau, il est nécessaire d'avoir en permanence un compresseur qui rétablit périodiquement et automatiquement le volume d'air dans le ballon (Domingo , 2011).

Cependant ces ballons sont très utilisés pour leur relative facilité d'emploi. En effet même s'il impose une maintenance régulière due à la présence d'un compresseur. Il ne nécessite pas de réparations lourdes, comme lors de la rupture de membrane d'un ballon à vessie.

Ce type de ballon possède l'avantage de présenter des tailles et des configurations très diverses. Nous pouvons trouver des ballons de toutes les tailles et de tous les volumes. De

quelques m^3 jusqu'à $100 m^3$, de toute façon, normalement c'est moins cher de mettre sur place plusieurs ballons plus petits en parallèle (Domingo ,2011).

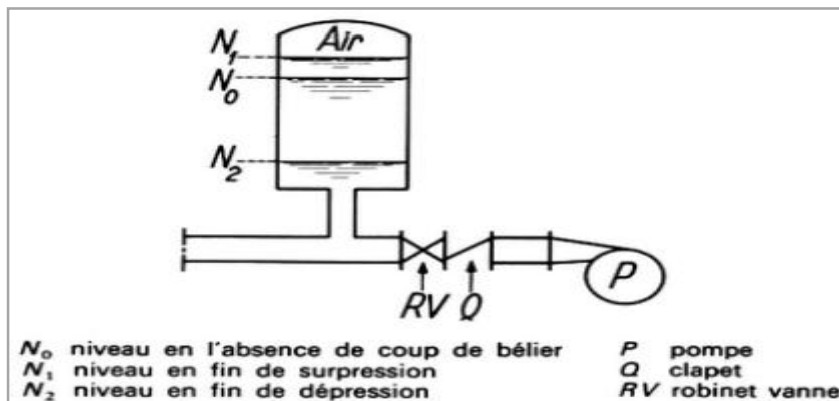


Figure 5-02.b:Schéma du ballon sans membrane.

❖ Réservoirs d'alimentation:

Ils sont différents des chambres d'équilibre, du fait que, durant le fonctionnement normal, ils sont isolés de la tuyauterie au moyen d'une vanne de rétention. Lorsque la tuyauterie au dessous du niveau d'eau du réservoir est en dépression, la vanne s'ouvre et alimente le flux, ce qui évite l'augmentation de la dépression.

Les bassins d'alimentation sont particulièrement indiqués pour protéger les points élevés de la conduite. En générale ils sont placés au premier point élevé et, si nécessaire, aux points suivants, il est évidant que le bassin ne peut opérer que quand la ligne de dépression après l'arrêt des groupes baisse au dessous du niveau de l'eau dans le bassin.

Il existe un abaque permettant de dimensionner le bassin d'alimentation quand ce dernier est proche de la pompe, ou bien s'il existe une vanne-clapet dans la conduite, immédiatement en amont du bassin, pour éviter que des ondes de surpression ne réfléchissent dans la direction de la pompe et ne provoquent une surpression supérieure à celle qui se produirait s'il n'y avait pas de réservoir, l'abaque nous donne la valeur de la surpression maximale mesurée au dessus du niveau statique ainsi que le volume déchargé et le temps de décharge, en cas d'absence de la vanne-clapet un autre abaque sera utilisé (Lencastre, 2002).

La Figure 5-3 nous montre le schéma d'installation.

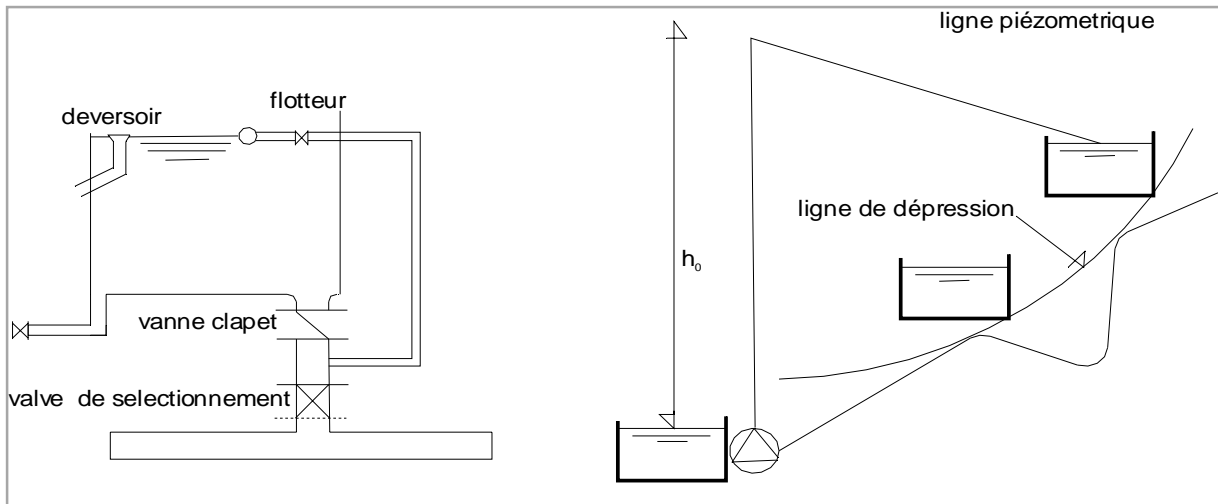


Figure 5-3: Schéma du bassin d'alimentation.

❖ *Le by-pass :*

quand la dépression résultant du coup de bélier conduit à des pressions inférieures au niveau du bassin d'aspiration , nous pouvons réduire cette dépression en établissant un "by-pass" entre l'aspiration et le refoulement .La figure (5.04) nous montre le schéma de disposition.

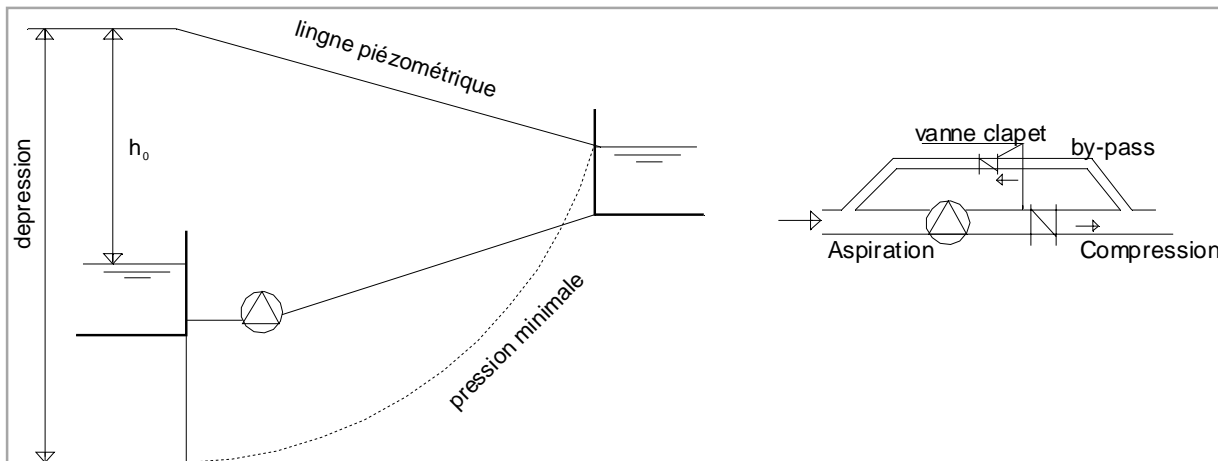


Figure 5-04: Schéma de raccordement du by-pass à la conduite de refoulement .

Le by-pass, fonctionnant après l'arrêt de la pompe, entraîne une perte de charge localisée Δh , qui pour le débit initial Q_0 sera désigné par ΔH_0 .

Cette perte de charge conditionne l'abaissement maximum de pression, Δh_m , donné par Almeida, est :

$$\Delta h_m = A \Psi h_0 \tag{5.06}$$



ou ;

$$\Psi = 1 - 0.5 \left[\sqrt{\left(\frac{A}{\Delta h_0}\right)^2 - \frac{1-A}{\Delta h_0}} - A/\Delta h_0 \right] \quad (5.07)$$

(A) étant le périmètre caractéristique de la conduite et $\Delta h_0 = \Delta H_0 / h_0$.

La surpression maxima dans la section de la pompe est donnée par :

$$\Delta h_M = \Delta h_m - P_{dc} \quad (5.08)$$

Ou (P_{dc}) est la perte de charge dans la conduite.

le temps moyen d'annulation du débit est donnée par la formule suivante :

$$\bar{T}_A = \theta(A + 1) \quad (5.09)$$

ou θ est le temps de fermeture relative (Allievi) .

Le volume minimum, d'eau dans le réservoir en amont de la pompe est donnée empiriquement par :

$$\frac{V_c}{L Q_0} = k (0.52A + 1.8) \quad (5.10)$$

Ou : K est un coefficient de sécurité ($5 < k < 10$)

Comme la pompe ne s'arrête pas instantanément à travers elle passera un débit qui s'ajoutera à celui qui passe par le "by-pass".

Les clapets de retenue du "by-pass" peuvent être spéciaux : à ouverture rapide, agissant ainsi rapidement sur la dépression, à fermeture lente réduisant ainsi l'effet de contrecoup (Lencastre ,2002).

❖ *Vanne spéciales:*

Il existe sur le marché une grande variété de vanne spéciales, dont les caractéristiques sont indiquées par les fabricateurs elles sont installées dans les conduites de refoulement.

Ils convient d'installer deux ou trois vanne en parallèle, de manier à garantie le bon fonctionnement d'une de ces vanne donc pour la mesure de sécurité .

Cette dernière ne protège que contre les surpressions ; c'est pourquoi il conviendra d'analyser si la valeur de dépression est acceptable. Même pour ce qui est de la surpression, comme le temps d'ouverture de ces vannes est d'environ cinq secondes ou plus, elles seront efficaces que dans les conduites d'une longueur telle que la vanne réagisse avant l'arrivé de l'onde de surpression ($t > 2\theta$) (Lencastre ,2002; Bonnin ,1986).



5.3.2 Dispositifs non conventionnels :

Ils existe d'autres dispositifs sui sont non conventionnels, tel que :

- Utilisation de ventouses à double effet (entrée et sortie d'air) :

Les ventouses sont utilisées pour éviter la dépression dans les conduits. Lorsqu'une dépression se produit, la ventouse s'ouvre et permet l'entrée d'air extérieur. Cet air reste dans l'installation, mais le collapse de la tuyauterie a été évité.

Dans la majorité des cas, les ventouses sont à double effet, elles fonctionnent comme des purgeurs automatiques : lorsqu'une poche d'air arrive, elles s'ouvrent pour l'extraire à l'extérieur.

Constat : La prise en compte d'une dépressurisation partielle de la conduite, permet de réduire très fortement le volume des ballons anti-bélier. mais dimensionner une installation avec une dépressurisation partielle de la conduite est incompatible avec l'utilisation de ventouse symétrique.

Conséquence : Lorsqu'une ventouse est sollicitée lors des régimes transitoires, elle contribue à la protection de la conduite, il faut utiliser des ventouses de type dissymétrique.

Plus le ballon est petit, plus l'abaissement de la ligne piézométrique est rapide et moins le dispositif d'entrée d'air est apte à son service.

- Utilisation de vannes-clapet intervallaires, constituées en générale par des clapets avec orifice:

Intercaler ce type d'élément permet de diviser la tuyauterie en tronçons plus courts, ce qui entraîne des temps caractéristiques moindres par rapport à la totalité de la tuyauterie.

D'ailleurs, l'installation de ce type de clapet comme protection de la pompe (éviter le flux inversé) est à l'origine de phénomènes transitoires violents, si un arrêt brusque se produit

- Utilisation de système de contrôle électronique très flexible, de manière à réduire la célérité.
- Utilisation le long de la conduite de réservoirs d'air comprimé, avec membrane élastique, du type ceux utilisés dans le petit système de surpression dans les bâtiments.
- Utilisation de joint fusibles, qui fondent en cas de surpressions élevées.
- Utilisation de réservoir d'aire comprimé avec admission d'air automatique, de manière que la pression à l'intérieur ne soit pas inférieure à la pression atmosphérique, et en fonctionnant partiellement avec une cheminée d'équilibre.



Nous avons aussi :

- Soupapes atténuateurs de choc.
- Soupapes de sécurité ou de décharge.

Ce sont des dispositifs qui font dériver un certain débit hors du conduit principal lorsque la pression dans celui-ci dépasse la valeur de tarage. De cette façon, la pression se réduit à l'intérieur de la tuyauterie ou de l'équipement en question.

Elles ont l'inconvénient de n'agir qu'aux surpressions et d'écouler le débit à l'extérieur de l'installation, sauf dans des systèmes exceptionnels.

dans ce qui suit nous allons donner un exemple de soupape anti bélier existante sur le marché tel la (soupape anti bélier "DJET" DN40-200- série F1 30).elle assure une protection efficace contre les coups de bélier par évacuation instantanée de la surpression (Byard,2014).

a-Description de la soupape anti bélier "DJET" :

- Ouverture instantanée, et système à membrane ;
- Absence de frottement; étanchéité polyuréthane/ carbure de tungstène insensible à l'abrasion;
- Centrage du clapet plat, et cône de mise en vitesse permettant une grande capacité de débit;
- Surpression constante ; le clapet compense le gradient de compression de ressort par une force de réaction proportionnelle à l'ouverture;
- Mécanisme sans entretien protégé contre les projections d'eau ;
- Absence de cavitation par évacuation à l'air libre;
- Etanchéité à débit nul et une surpression maxi : 1 à 2 bars;
- Livré avec clé de tarage;
- Protection anticorrosion par revêtement époxy poudre;

b-L'emplacement :

- À l'amont d'un organe de sélectionnèrent (vanne de survitesse, ...) en particulier lorsque le temps de fermeture (en minute) de la vanne est inférieur à la longueur de conduite (en kilomètre);
- À l'aval d'un poste de réduction de pression important;
- À l'aval des pompes d'une station de pompage, en association avec un réservoir d'air sous pression, elle permet d'en réduire le volume;
- À l'amont d'un suppresseur ;
- À l'amont ou à l'aval d'autres sources de perturbation telles qu'usines, poteaux d'incendie, nœud important de conduites;

le schéma représentant ce dispositifs est illustré dans la figure 5.5.

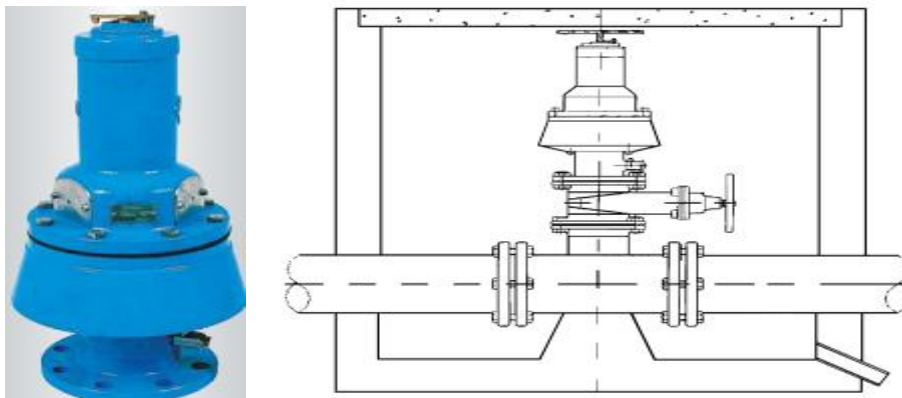


Figure 5-5: Schéma de la soupape anti béliet "DJET" et du raccordement dans la conduite .

5.3.3 Protection domestique contre le coup de bélier :

L'Anti-bélier pneumatique à piston est adapté aux installations domestiques et il est caractérisé par :

- Un très faible encombrement.
- Une hautes performances.
- Un silence et longévité garantis pour nos installations.

Pour réduire l'intensité du choc, et stopper son action néfaste, l'air ou le gaz sont les seuls moyens qui conviennent (contrairement aux ressorts), puisque très compressibles, ils offrent un déplacement maximum pour amortir et dissiper l'énergie.

a-Montage de l'Anti-bélier pneumatique à piston :

Les anti-béliers WATTS INDUSTRIES se montent sur toutes installations neuves ou existantes, horizontalement, verticalement et dans toutes autres positions .comme c'est montré dans le schéma 5.6 suivant :

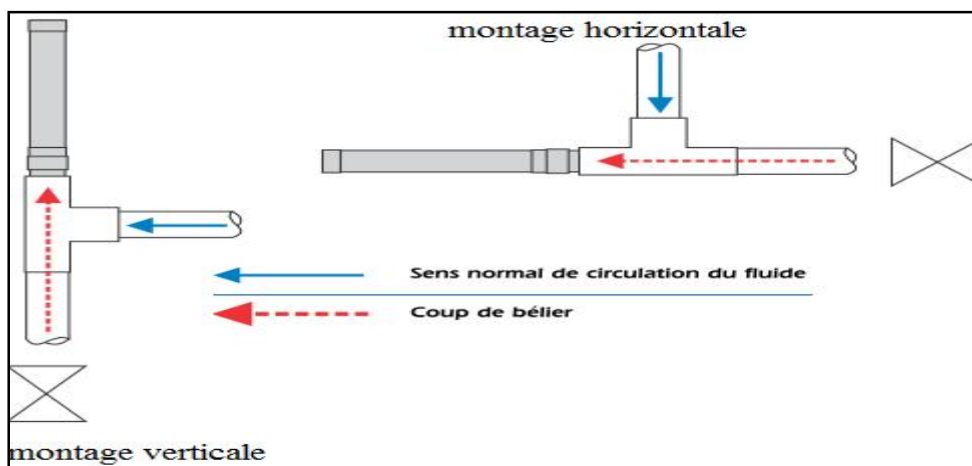


Figure 3-6: Schéma de montage de l'Anti-bélier pneumatique à piston.

Pour maîtriser parfaitement le choc, l'anti-bélier Montage vertical doit être correctement dimensionné et surtout correctement placé en ligne.

Pour 100 % d'efficacité : le plus près possible de l'appareil générateur du coup de bélier et en face de l'onde de choc.

b- Leurs construction :

Conçus et fabriqués pour maîtriser parfaitement le choc, la construction de qualité et de robustesse des anti-bélier WATTS garantit un bon fonctionnement pendant des années.

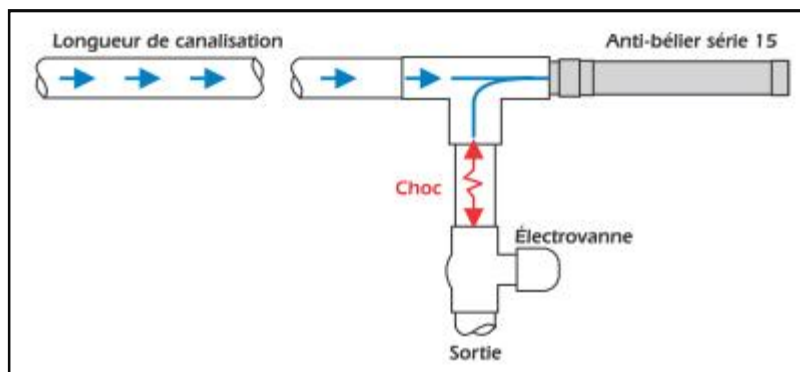
SÉRIE 15 : pour installations commerciales, collectives ou industrielles .

SÉRIE 05 : pour installations domestiques ou circuits de faible longueur.

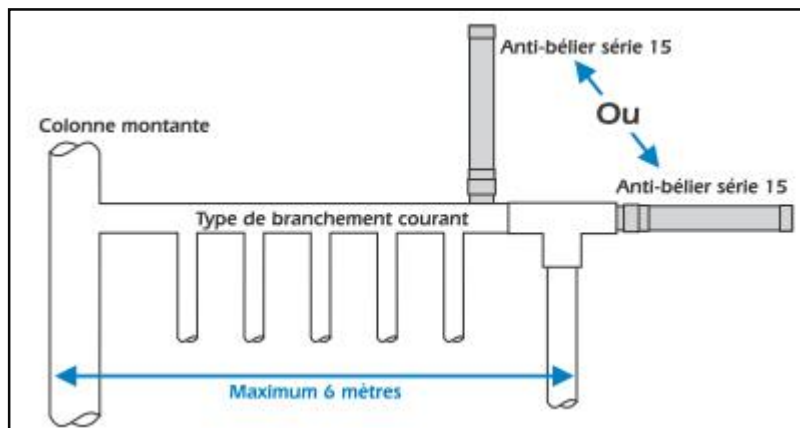
La sélection de l'anti-bélier et le nombre d'appareils à installer peuvent se faire aisément à l'aide des règles générales suivantes des tableaux de norme .

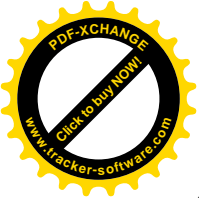
1-La pression de service ne doit pas dépasser 4,5 bar.

-2 Monter l'anti-bélier le plus près possible de l'appareil générateur du coup de bélier. (schéma ci-contre)

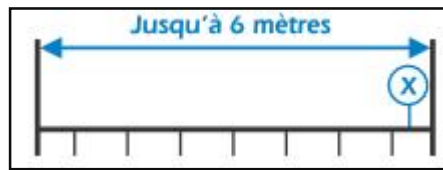


3- Sur une tuyauterie de distribution, l'emplacement idéal de l'anti-bélier se situe entre les deux derniers tubes raccordés (schéma ci-contre) ou en fin de canalisation.

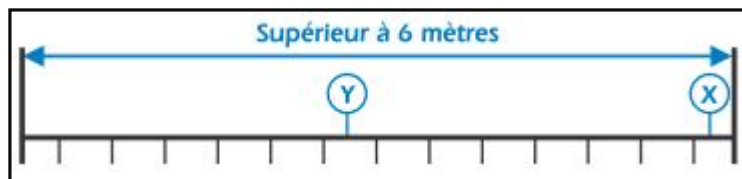




4 -Chaque anti-bélier doit protéger des longueurs d'installations ne dépassant pas 6 mètres. (schéma ci-contre).



5 -Si la longueur de l'installation à protéger est supérieure à 6 mètres, il est nécessaire de monter un anti-bélier supplémentaire. (schéma ci-contre)



5.4 Conclusion:

les effets du coup de béliers sont parfois irréversible, surtout dans le cas ou ils risquent d'endommager des dispositifs couteux , ou aussi causer l'implosion des conduites surtout ci c'elle si servent au transfert de grand volume, ce qui entraine la paralysie de toute le système hydraulique .C'est pourquoi nous somme dans l'obligation de garantir la protection contre ce phénomène et cela en bien analysant la célérité d'onde que peut engendré ce phénomène de manière à dimensionner des dispositifs capable de protéger et d'assurer le fonctionnement du système même en cas de régime transitoire .



Chapitre -6-

**APPLICATION DU MODELE POUR UN
CAS REEL**

6.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous s'appliquerons le modèle AFT impulse ayant déjà été défini dans le chapitre 04 , et ceux pour deux cas différents cas ou nous n'avons pas un refoulement de rang deux et ensuite dans le cas ou nous avons un refoulement de rang -2- , le premier cas d'étude est inclus lors du téléchargement gratuit et légale du logiciel sur le net comme étant un exemple , mais le deuxième cas nous l'avons proposés dans le but de voir le comportement du systèmes hydraulique vis-à-vis des extrêmes pressions , pour bien dimensionner les moyens de protection de manière plus économique .

Nous élaborerons aussi un programme de calcul qui utilise le langage fortran.

6.2 Etude de cas :

6.2.1 Cas ou nous n'avons pas de bifurcation:

Pour cette étude nous devons suivre ces étapes :

a-définition des propriétés du système :

nous utiliserons un cas théorique pour notre modélisation.

Pour 21,11 degrés °C et pour une 1atm les propriétés du fluide sont comme suite ;

- densité : 998.08496 kg/m3.
- module d'élasticité : $E_{\text{eau}}:2046,35559 \text{ Mpa}$.
- viscosité : $9.762e-04 \text{ kg/s.m}$
- pression de vapeur : 0.00249 Mpa.
- modèle de viscosité: Newtonien.

b- construction du model :

Il faut reporter sur le modèle les jonctions et les conduites comme suit :

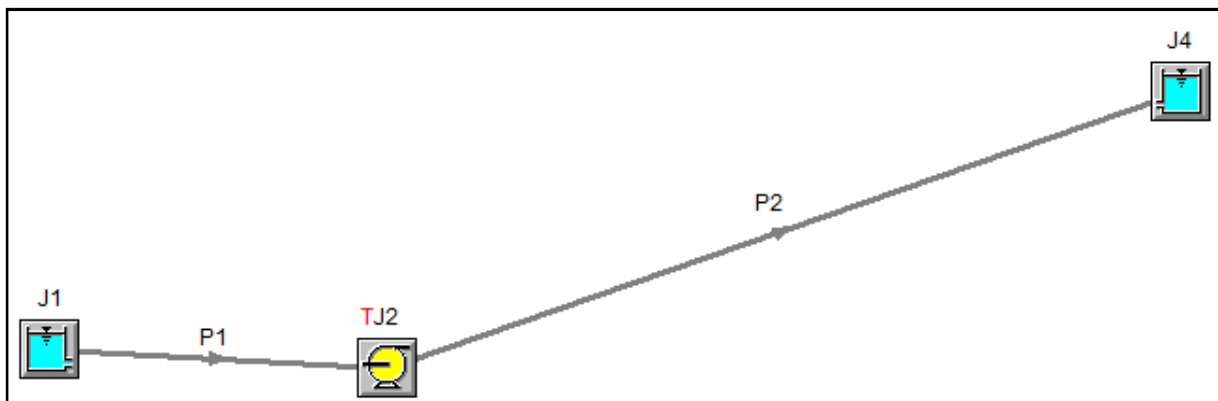


Figure 6-1: La construction du modèle.

c- identifications des conduites et des jonctions

Le réservoir J1:



- élévation : 3.048 mètres
- pression de surface = 1.01325 bar.
- élévation par rapport au radier =3.048 mètres

Le réservoir J3:

- élévation : 60,96 mètres.
- pression de surface = 1.01325 bar.
- élévation par rapport au radier =3.048 mètres

Les caractéristiques de la pompe :

- élévation=0 mètre.
- la vitesse de rotation de la pompe = 1760 rpm.
- rotation d'inertie=1.0535 kg-m²

Les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant.

Tableau 6-1: Tableau de configuration de la pompe.

Q(m ³ /s)	H (mètres)	Ouverture (KW)
0	121.920	18.633
0.01577	118.872	24.596
0.03155	115.824	44.716
0.06309	103.632	96.892

Tableau 6-2: Les caractéristiques des conduites du 1^{er} cas.

caractéristiques	Type du Matériau	Longueur (m)	Diamètre (mm)	Type	Coefficient De poisson	Module d'élasticité Mpa	ϵ (cm)
Conduite P1	acier	3.048	10.23	STD	0.3	203282.5	0.004572
Conduite P2	acier	301.752	10.23	STD	0.3	203282.5	0.004752

d- La simulation

- le temps de contrôle est de 30 s.
- méthode matricielle : élimination de Gauss.

Après simulation nous obtenons les résultats suivants :

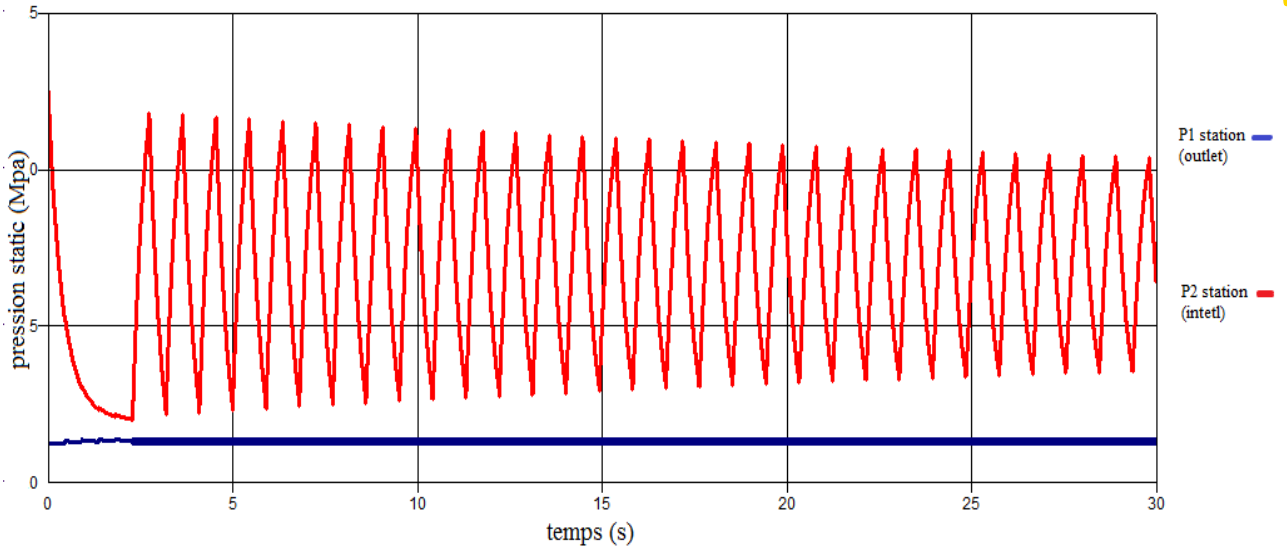


Figure 6-2: La pression statique en fonction du temps P1-P2 pour le premier cas.

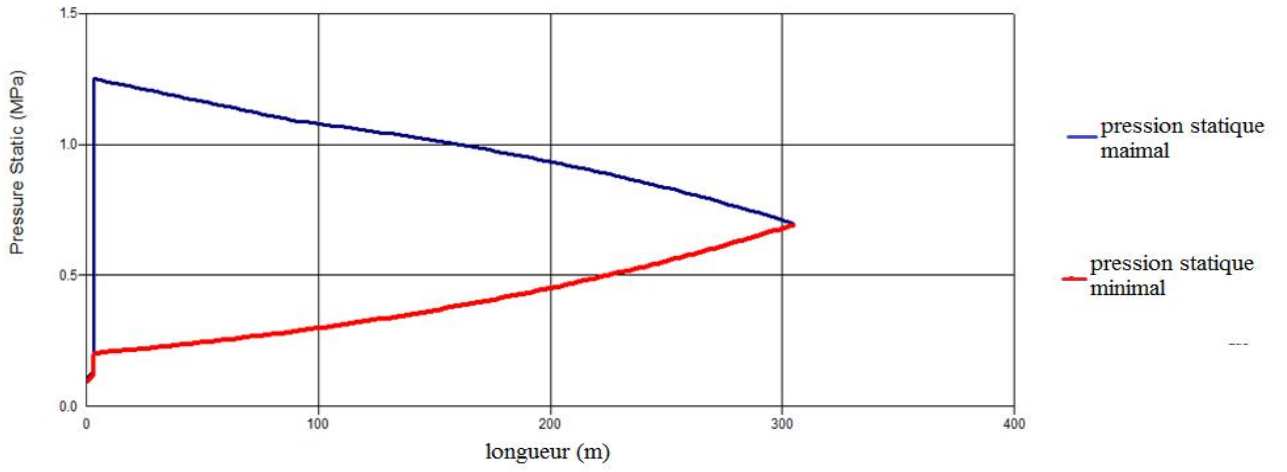


Figure 6-3: Le maximum et le minimum des pressions statiques en fonction des longueurs, P1-P2 pour le premier cas.

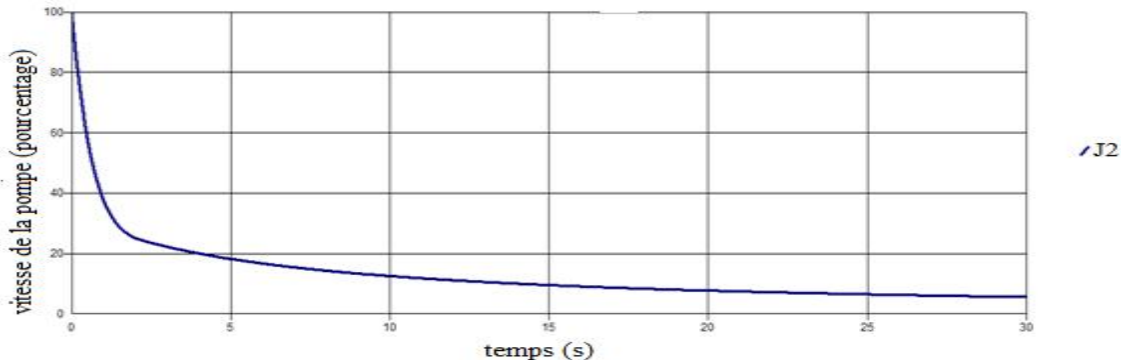


Figure 6-4: La vitesse de la pompe en fonction du temps.

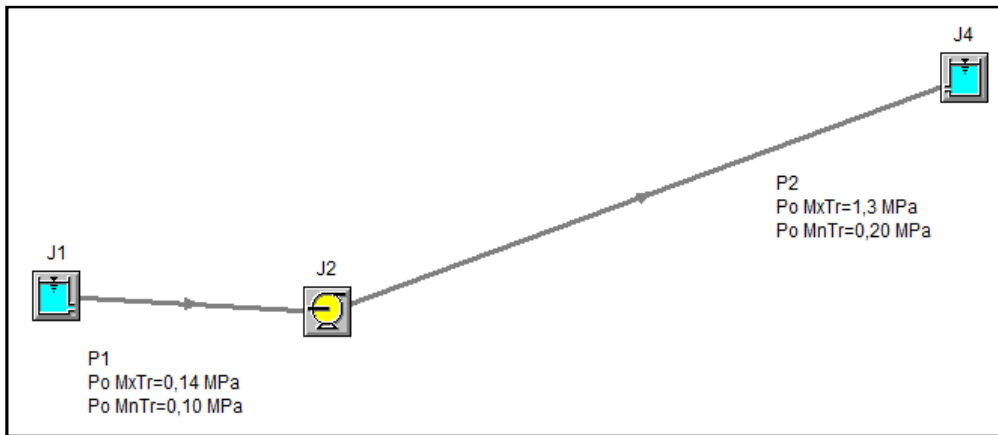


Figure 6-5: La pression maximale et minimale calculé pour le premier cas.

6.2.2 Cas ou nous avons une bifurcation:

Tableau 6-3: Les caractéristiques des conduites du 2^{ème} cas.

Caractéristiques	Type du Matériau	Longueur (m)	Diamètre (mm)	Type	Coefficient De poisson	Module d'élasticité Mpa	ϵ (cm)
Conduite P1	acier	3.048	10.23	STD	0.3	203282.5	0.004572
Conduite P2	acier	201.752	10.23	STD	0.3	203282.5	0.004752
Conduite P3	acier	100	10.23	STD	0.3	203282.5	0.004572
Conduite P4	acier	100	10.23	STD	0.3	203282.5	0.004752

les résultats de simulation concernant la pression maximal et minimale sont représentés dans les figures suivantes:

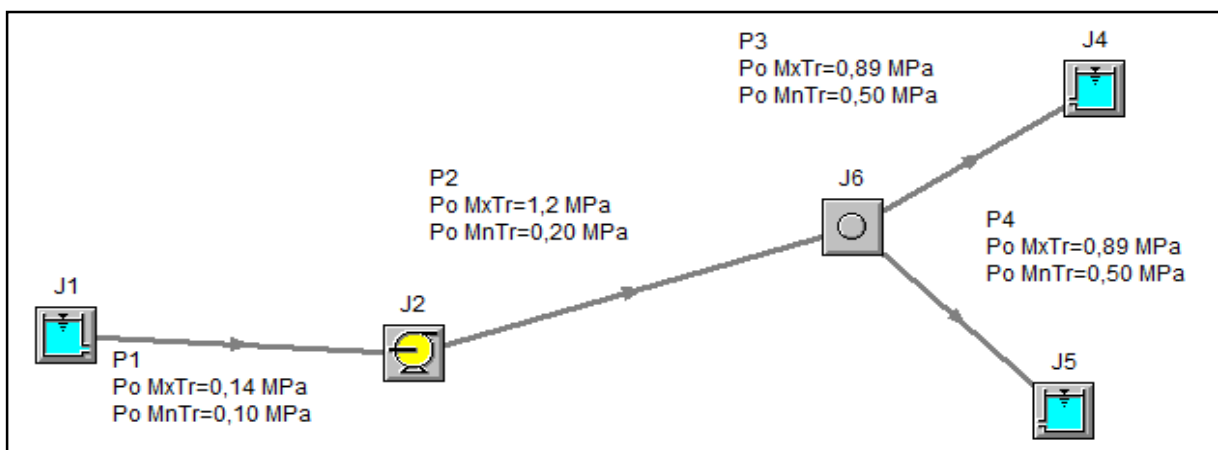


Figure 6-6: La pression maximale et minimale calculé pour le deuxième cas.

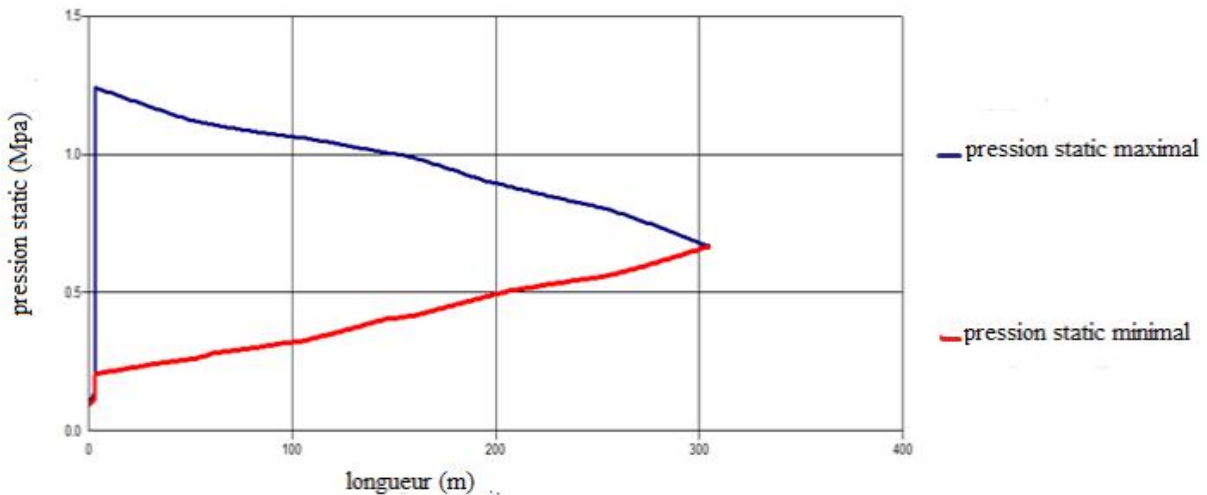


Figure 6-7: Le maximum et le minimum des pressions statiques en fonction des longueurs pour le deuxième cas.

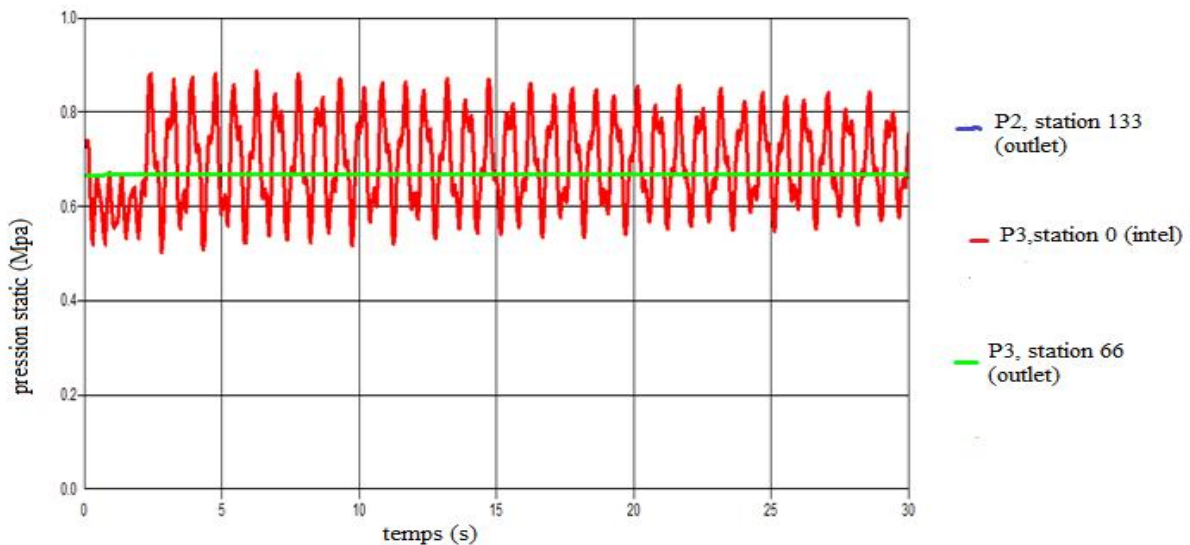
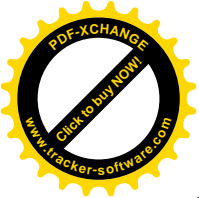


Figure 6-8: Les pressions statiques en fonction du temps pour le deuxième cas.

Comparaison :

Ce que nous pouvons voir c'est que la valeur des extrêmes pressions se minimise dans le cas où nous avons des ramifications.

Cela est dû à ce que l'onde initiale donne au niveau du point de bifurcation trois ondes: une onde réfléchie dans la conduite 1 et deux ondes sont transmises aux conduites 2 et 3. Ces deux dernières vont se réfléchir aux deux extrémités des conduites 2 et 3 et revenir, ces ondes n'arrivent pas simultanément dans la conduite principale et ne se superposent pas en même temps. Cela diminue généralement l'amplitude de l'onde dans la conduite principale. Par conséquent, on peut dire que l'existence des embranchements entraîne l'atténuation des amplitudes des oscillations (Remenieras, 1952).



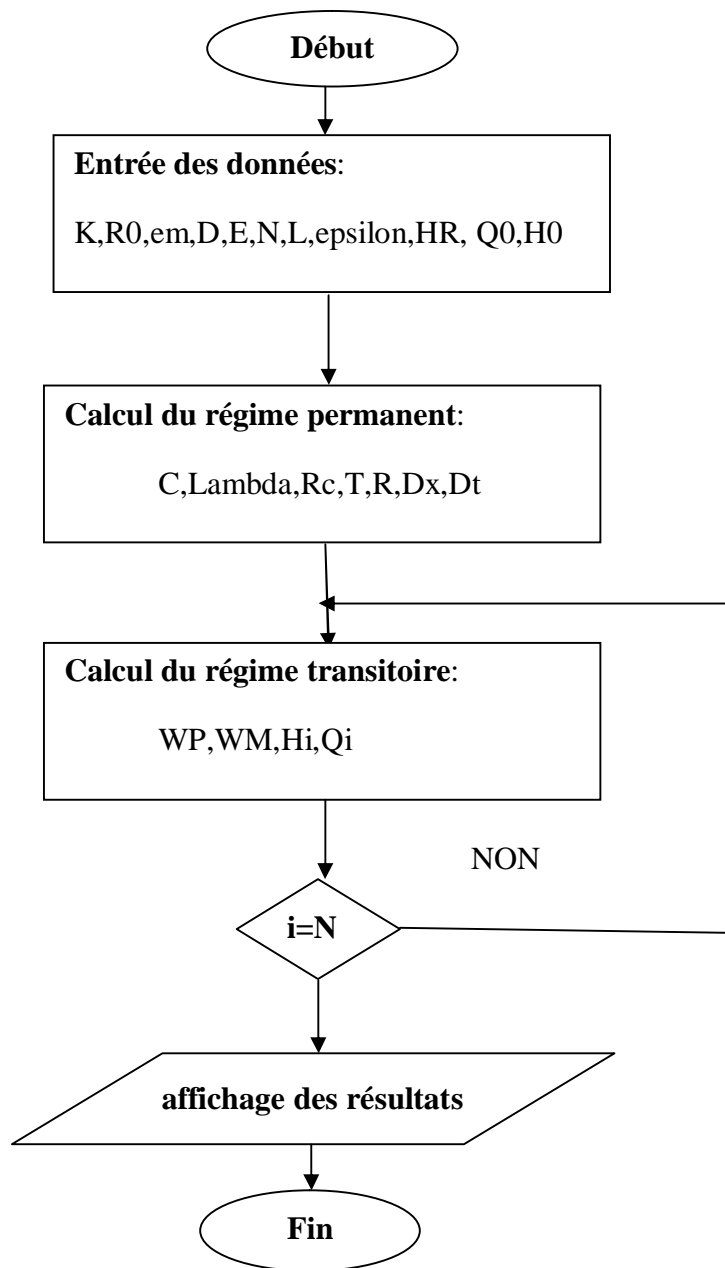
6.3 Elaboration d'un programme de calcul:

Pour cette effet nous allons appliquer le langage fortran, nous avons téléchargé **FTN95** gratuitement sur le net, il est fonctionnel et compatible avec toute la version de Windows, c'est une version nouvelle du langage qui comporte une icône PLATO qui à l'ouverture lors de la création d'un nouveau fichier nous pouvons choisir le langage que nous désignons, il comporte ces langages suivants ;

Free format fortran file / fixed format fortran file/ texte file / C++file / C# file / java file .

Nous avons utilisé le tutoriel inclus lors du téléchargement pour comprendre et aboutir à une programmation.

L'organigramme que nous avons suggéré est comme suit :





La programmation est comme suit ;

Program MOC

integer i,n

real k,R0,em,D,e,C,L,Dx,Dt,s,R,epsilon,lambda,Rc,T,HR,H0,WP,Q1,H1

PRINT "(a)", "donner la valeur du module d elasticite du fluide: "

read *,k

PRINT "(a)", "donner la valeur de la masse volumique du fluide: "

read *,R0

PRINT "(a)", "donner la valeur du module de young la conduite: "

read *, em

PRINT "(a)", "donner la valeur du diametre de la conduite: "

read *,D

PRINT "(a)", "donner la valeur de l epaisseur de la conduite: "

read *,e

$C=\text{sqrt}(R0)/(\text{sqrt}(1+(D)/(em*e)))$

PRINT "(a,F6.2)", "la celerite a=",a ,"m/s"

PRINT "(a)", "donne la valeur des points de descritisation: "

read *, N

PRINT "(a)", "donner la valeur de la longueur de la conduite: "

read *,L

$Dx=L/(N-1)$

PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de Dx=",Dx,"m"

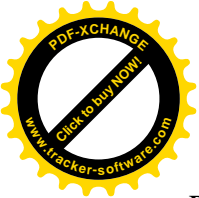
$Dt=Dx/a$

PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de Dt=",Dt,"s"

$s=3.14*D**2/4$

PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de la section s=",s,"m2"

$R=a/9.81/s$



```
PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de la resistance R=",R,
PRINT "(a)", "donner la valeur de la rugosité de la conduite: "
read *, epsilon
PRINT "(a)", "donne la valeur du coefficient de perte de charge : "
lambda= (1.14-0.86*log(epsilon/D))**(-2)
PRINT "(a,F6.2)", "le coefficient de perte de charge lambda=",lambda
Rc=8*lambda*L/(3.14**2*9.81*D*D*D*D*D)
PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de Rc=",Rc,
T=Rc*Dx/L
PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de T=",T,
continue
PRINT "(a)", "donner la valeur de HR: "
read *,HR
PRINT "(a)", "donner la valeur de Q0: "
read *,Q0
PRINT "(a)", "donner la valeur de H0: "
read *,H0
PRINT "(a)", "donner la valeur de H1: "
read *,H1
Q1=Q0/N
do i=1,N
WP=H0+Q0*(R-T*Q0)
PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de WP=",WP
WM=H1-(R*Q1*(R-T-Q1))
PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de WM=",WM
Hi=(WP+WM)/2
Qi=(WP-WM)/(2*R)
```



PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de Hi=",Hi

PRINT "(a,F6.2)", "la valeur de Qi=",Qi

H0=Hi

Q0=Qi

End do

END Program MOC

Remarque:

" ce programme de calcul utilise la méthode des caractéristiques dans le cas générale ou nous avons une seul conduite pour des bifurcation il suffit juste de donner les valeurs caractérisant les conduites et de lancer le programme . tout en ayant la condition $i \leq N_{Ci}$ et cela pour chaque tronçon " .

6.4 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons utilisés le logiciel AFT impulse pour simuler le phénomène de propagation de l'onde de la pression et ceux pour deux cas différents. L'utilisation d'un programme de calcul facilite le calcul, mais il faut connaître l'interprétation des résultats et de lui bien définir les entrées du modèle. Ce que nous avons remarqués c'est le coup de bélier dans un réseau en rang deux a un avantage concernant la diminution de la pression, qui est du au point de ramification cela va influencer le dimensionnement mécanique des conduites ainsi que les dispositifs de protection, en ce qui concerne le programme développé il faut savoir déclarer les valeurs et cela différéât d'un cas à l'autre.



CONCLUSION GENERALE

Les phénomènes transitoires ont été l'objet de plusieurs études et l'élaboration de diverses méthodes de calculs pour identifier la variation de la pression.

Cette thèse nous à permis d'approfondir nos connaissances sur les phénomènes transitoires donnant naissance à des coups de bélier , étant hydrauliciens de formation notre objectif est de bien dimensionner nos réseaux , que se soit un dimensionnement mécanique soit la détermination de l'épaisseur de la conduite ou un dimensionnement hydraulique qui est la détermination du diamètre, mais aussi nous sommes dans l'obligation quelque soit la variation des paramètres (pression, vitesse , débit)d'assurer leurs bon fonctionnement à court, moyen et lent terme, pour cela nous prenons des dispositifs de sécurité en munissant nos systèmes d'organes et d'accessoires qui permettent l'anticipation des chocs. Le dimensionnement doit être le plus économique possible et le système ne doit pas être encombrant.

Dans ce travail , l'étude du coup de bélier s'est faite par la méthode des caractéristiques MDC , grâce à une discrétisation de la longueur de la conduite en des points rapprochées, nous avons pues élaborer les équations générant le coup de bélier due à un arrêt inopiné d'une pompe .mais comme notre cas traite ce phénomène dans le cas ou nous avons une faible ramification au niveau du système soit de rang-2-.en utilisant les équations trouvées pour le cas simple , nous les avons généralisé pour notre cas d'étude. Mais en considérant que le réseau en refoulement est constitué de conduite de caractéristiques unique de même matériau et alimentant deux réservoirs dont le niveau d'eau est supposé invariable.

L'utilisation d'un programme de calcul nous a permis de voir le comportement d'un système vis-à-vis de l'extrême pression. Comme dans la pratique notre cas est rencontré dans le calcul nous sommes obligés de prendre en considération cette ramification car le coup de bélier en sera affaibli.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ABBOTT, M.B.**1933. An introduction to the method of characteristics. Thames and Hudson .243p.
- ABDESSEMED,F;FOURAR ,A.**2011.Etude comparative sur le phénomène de propagation des ondes élastiques dans les conduites en charge : <<*sciencelib*>>. éditions de mersenne : volume 3 , n ° 110303issn 2111-4706.pp1-14 .
- AMARA ,L; ACHOUR ,B;BERREKSI ,A .**2013. Approche numérique aux volumes finis pour le calcul de la réponse dynamique des chemées d'équilibre:<<*larhyss journal*>>. issn 1112-3680, n°14.pp. 7-19 .
- BAHRAH, B ; RIEUTORD ,E ; MORELLA ,R .**1998 .Modélisation du phénomène de coup de bélier avec prise en compte du comportement réel de la conduite <<*la houille blanche* >> .n° 1.pp 18.
- BEAUCHEMIN,P.**1992.Calcul des coups de bélier:Méthodes modernes et approximations rapides à partir d'hypothèses physiquement réalistes:<< *Sciences et techniques de l'eau* >>..Vol.26, N°3 . pp.257-264 .
- BERGERON ,L.**1950. Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité. Dunod éditeur, Paris . 336p.
- BONNIN,J.**1986 .Hydraulique urbaine appliquée aux agglomérations de petite et moyenne importance. Edition EYROLLES .Paris .228p.
- CARLIER, M .**1980.Hydraulique générale et appliquée ; Edition Eyrolles , PARIS. pp292-317.
- CUNGE, J. A .**2014 Modèles mathématiques en hydraulique et en hydrologie . télécharger sur <<www.Mcours.com>>. pp2-18.
- DOMINGO FOREZE , A .**2011. Faisabilité du remplacement des ballons anti-béliers par des volants d'inertie dans des stations de pompage .Rapport PJE.118p.
- ESCANDE , L .**1958. Coup de bélier du à une fermeture instantanée dans une conduite à caractéristique multiples :<<*La houille blanche*>>.N° A.377 p. pdisponible sur (<http://www.shf-ihb.org>) consulter le 12/10/2013).
- Fox , J.A .**1977 . Hydraulic Analysis of Unsteady Flow in Pipe Networks, John Wiley & Sons, Ltd., Glasgow and London.216p.
- GARGOURI ,J; HADJ-TAIEB, E; THIRRIOT , C.**2008.Influence de l'élasticité de la paroi sur l'évolution des ondes de pression dans les réseaux de conduites : <<*Revue Mécanique et Industries*>>. vol.9 n°1.



- GHIDAOUI M.S et al.**2005. review of Water hammer Theory and Practice :
«*Transactions of the ASME*» .Vol. 58 .pp 49-76.
- HADJ TAIEB ,L ; HADJ TAIEB , E.**2006. Ecoulements transitoires en conduite et coup de bélier : Calcul des profils radiaux de la vitesse axiale : «*La Houille Blanche* » . N°2. pp.100-105.
- HUG M.** 1975. Mécanique des fluides appliquée, Edition Masson, Paris .
- JAEGER ,C.**1933.Théorie générale du coup de bélier :Application au calcul des conduites à caractéristiques multiples et des chambres d'équilibre. thèse de doctorat présentée à l'école polytechnique fédérale , Zurich .Dunod .paris. 266pp.
- JLALI,A; HADJ-TAÏEB, E; THIRRIOT ,C.**2005.Algorithme simplifié de calcul de phénomènes de propagation d'ondes dans un système de conduites avec embranchement . France .
- KOELLE ,E; DE ALMEIDA ; B.**1992. Fluid transients in pipe networks. Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science glasgow .
- LENCASTRE, A.**1963 Manuel d'hydraulique générale . Eyrolles, Paris.633p.
- LEVEQUE, R. J.** 2002. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press, Cambridge.
- METREVELI ,V.** Mécanique des milieux continus. Edition O.P.U. Alger :1990.306p.
- MOREL ,P; BOK ,J.**1969.Cours de physique mécanique, Edition Herman, Paris .
- NGUYEN DINH TAM.**2009. Fluid transients in complex systems with air entrainment". Thèse de Doctorat, Université nationale de Singapore.
- OURAGH ,Y.**1994.Ecoulement forcé en hydraulique, Tome 2, Edition O.P.U. Alger.169p.
- PISKOUNOV, N.** Calcul différentiel et intégral . Tome 1, Mir – Moscou, 1980.
- RAHMAN, M. ; CHAUDHRY, M. H.** 1995. Simulation of hydraulic jump with grid adaptation:«*Journal of Hydraulic Research*»:Vol. 33, N° 4, pp. 555–569.
- RAMALINGAM, D., LINGIREDDY, S. et WOOD. J.** 2009. Using the WCM for transient modeling of water distribution networks: «*American Water Work Association*»:Vol. 101, N° 2, pp. 75-89.
- REMENIERAS , G.**1952.Dispositif simple pour réduire la célérité des ondes élastiques dans les conduites en charge : «*La Houille Blanche*». N° spécial A. pp172-196 .
- ROBERT ,J.L.** .2004.Hydraulique Urbaine .Départ. Génie civil. Univ Laval. 169pages.



SALAH , B; KETTAB, A; F. MASSOUH.2003.Coup de bélier dans un réseau ramifié enterre en refoulement : <<*Larhyss Journal*>>.ISSN 1112-3680, n° 02.pp. 55-68.

THEVENET,P.2009.Impact balistique d'une balle OTAN 7.62 sur réservoir : expérimentation et simulation du coup de bélier 19ème Congrès Français de Mécanique.pp1-6.

TORO, E.F. Shock capturing methods for free surface shallow flows. John Wiley and Sons Chichester, England. 326p.

WOOD DON, J.2005.Water hammer Analysis—Essential and Easy and Efficient: <<*Journal of Environmental Engineering*>>.Vol. 131, N° 8. pp. 1123-1131.

WYLIE, E. B ;STREETER, V. L .1978.Fluid transients . MacGraw-Hill.

Yong-liang ZHANG; Ming-fei MIAO ; Ji-ming MA .2010.Analytical study on water hammer pressure in pressurized conduits with a throttled surge chamber for slow closure : <<*Water Science and Engineering*>>.Vol. 3, No. 2. pp 174-189.

YOUNG, II KIM .2008.Advanced Numerical and Experimental Transient Modelling of Water and Gas Pipeline Flow Incorporating Distributed and Local Effects. Thèse de Doctorat de Philosophie (PhD), Université d'Adelaïde, Australie.