Exercice 4

TRAITEMENT DES AVERSES

1. Cas d'une seule averse

Soit une averse enregistrée à une la station pluviométrique de « Mouzaïa » les Mines (021128)" au niveau du bassin versant du Côtier Algérois et dont la durée totale est de 13 heures, on demande de ;

1- Construire le hyétogramme de cette averse.
2- Déterminer les intensités moyennes maximales pour différents intervalles de temps.
3- Construire la courbe Intensité-Durée
4- Déterminer analytiquement l'exposant climatique **b** sachant que :

$\bar{i}_t = \frac{I}{t^b}$, est l'expression de l'intensité moyenne maximale en fonction de l'intervalle de temps, avec :

I : Intensité maximale de pluie ; b : Exposant climatique

$\bar{i}_t$: Intensité moyenne maximale

Données

Tableau 4.1. Données

Intervalle de temps (h)	Lame d'eau (mm)
6÷7	8,7
7÷ 8	17,2
8÷9	13,0
9÷10	10,5
10÷11	20,0
11÷12	6,0
12÷13	11,0
13÷14	14,0
14÷15	29,0
15÷16	38,6
16÷17	25,0
17÷18	10,0
18÷19	2,5

Corrigé :

1. **Cas d'une averse**

Quelle que soit l'averse dont on dispose, il faut tracer le hyétogramme I=f(t), à partir du pluviogramme H=f(t). Ce dernier est un original dont dispose les services météorologiques. C'est la représentation graphique de l'enregistrement des précipitations par un pluviographe, donnant en continue la lame d'eau précipitée H dans le temps (journalière, hebdomadaire ou mensuelle), comme le montre la figure 4.1.

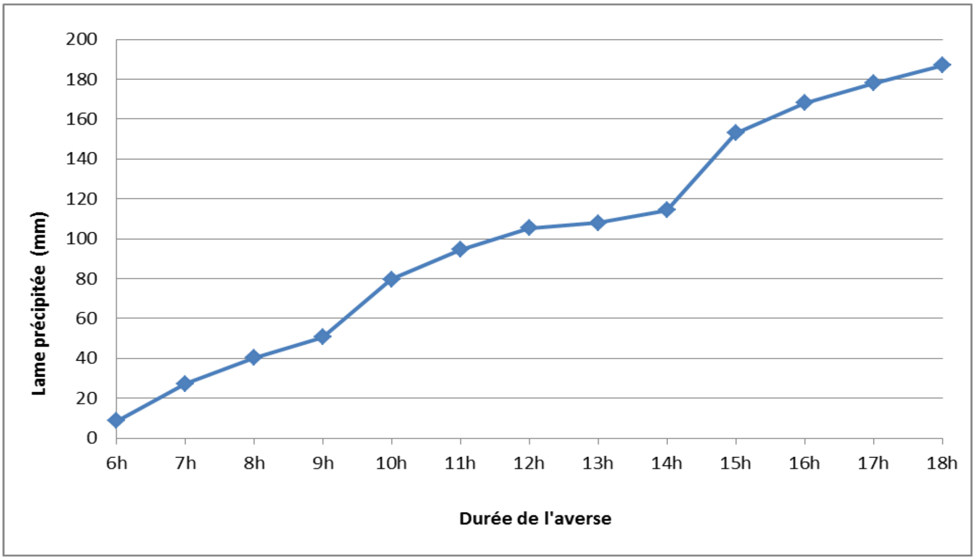

Fig.4.1. Reconstitution du pluviogramme

Le hyétogramme est un histogramme représentant l'intensité de la pluie en fonction du temps (Fig. 4.2).

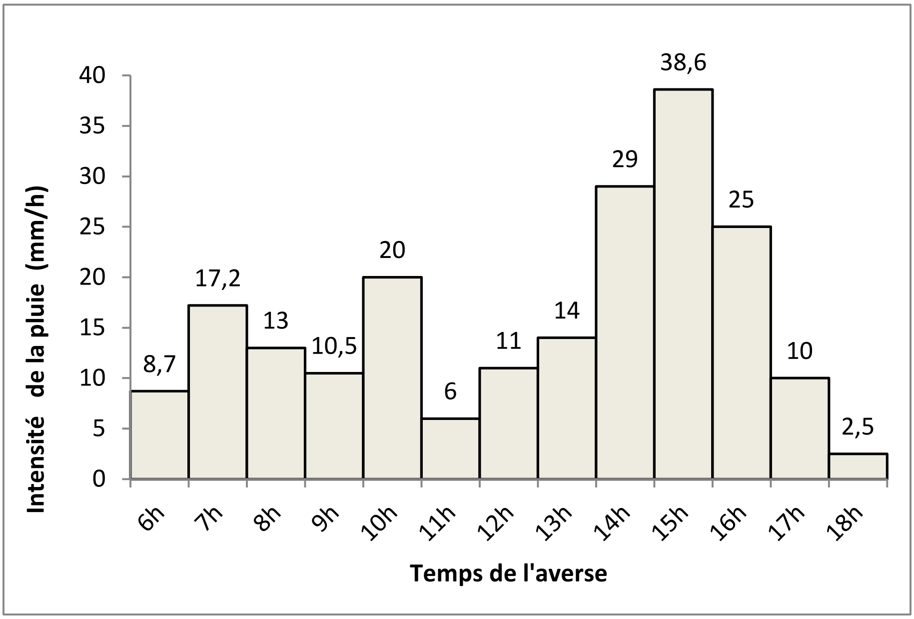

Fig.4.2. Construction du hyétogramme de l'averse I= f(t)

Pour la détermination de l'exposant climatique, il faut calculer l'intensité moyenne maximale $\bar{i}_t$ sur différents pas de temps de 1h à 13h (durée de l'averse). Celle-ci représente l'intensité moyenne sur l'intervalle considérée qui doit être en même temps maximale sur cet intervalle.

Dans cet exemple, le pas de temps Δt est pris égal à 1h.

Le tableau 4.2 résume le calcul de l'intensité moyenne maximale $\overline{i_t}$.

La mise en graphe de la relation $\bar{i}_t$ = f(t) permet de déterminer la relation fonctionnelle qui existe entre les 2 variables (Fig. 4.3).

Tableau 4.2. Calcul de l'intensité moyenne maximale $\overline{i_t}$

Δt h	H mm	Intervalle de référence h		$\overline{i_t}$ = I/t mm/h
		Début	Fin	
1	38,6	14	15	38,60
2	67,6	15	16	33,80
3	92,6	14	16	30,87
4	106,6	13	16	26,65
5	117,6	11	16	23,50
6	127,6	12	17	21,30
7	141,5	10	16	20,20
8	152,0	9	16	19,00
9	165,0	8	16	18,30
10	182,2	7	16	18,20
11	192,2	7	17	17,50
12	200,9	6	17	16,70
13	203,4	6	18	15,60

Soit : $\overline{i_t} = 41.45\ t^{-0.36} = a\ t^{-b}$ (4.1)

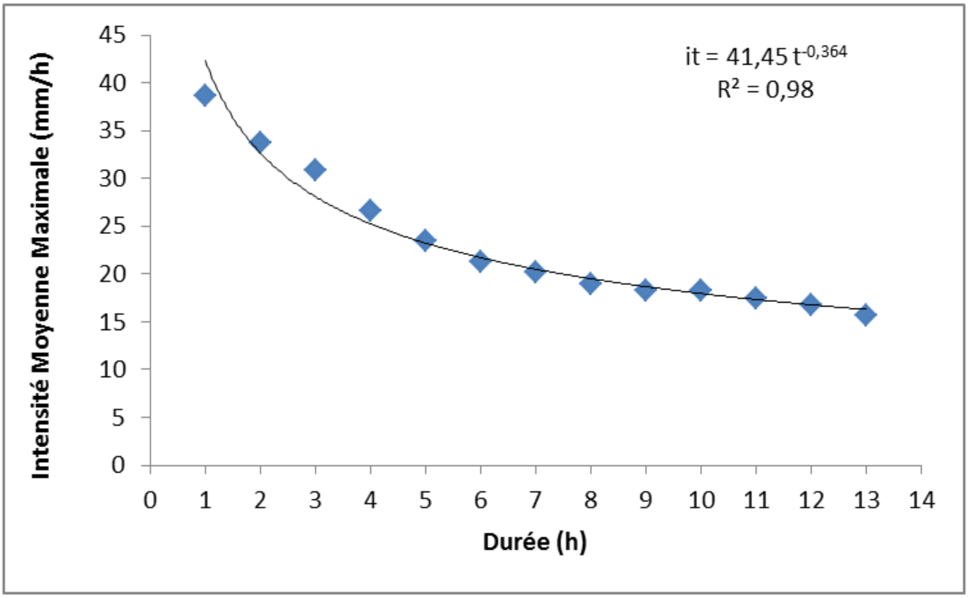

Fig.4.3. Relation : **I**ntensité moyenne maximale–**D**urée de la pluie

La valeur de (0.36) représente l'exposant climatique de la station pluviométrique.
Mathématiquement, il est la pente de la droite de l'équation « puissance » transformée en logarithmique, soit : $\log \overline{i_t} = \log a - b \log t$.

2. Cas de plusieurs averses : Etude des courbes « Intensité-Durée-Fréquence »

MéteoFrance a réalisé pour le compte de la Ville de Nice une étude statistique des précipitations extrêmes sur le poste pluviographique de Nice-aéroport. Comme le montre le tableau 4.4, pour chaque durée de 6mn, 15mn, 30 mn, 1h, 2h, 3h, 6h, 12h et 24h, on a procédé 9 fois à l'étude statistique des précipitations supérieures à un seuil.

Pour toutes les durées, on dispose des observations de 34 années allant de 1966 à 1999.

Nous avons extrait de cette étude les résultats concernant des périodes de retour de 5, 10, 20, 50 et 100 ans.

Ces résultats sont présentés dans les tableaux 4.5 et 4.6, où nous avons les pluies et les intensités moyennes sur chaque durée (temps en heures et intensité en mm/h.

Tableau 4.4. Exemple de résultats de MétéoFrance

Météo France		
Station de Nice (Nice-Côte d'azur,MN)		
Numéro INSEE : 06088001 Période 1966/1991		
Précipitation de durée 12h, supérieure au seuil 31,6 mm 34 Années traitées avec 164 valeurs dans l'échantillon Lois d'ajustement sélectionnées : Loi de Poisson et loi exponentielle		
Période (an)	Hauteur (mm)	Intervalle de confiance à 70% (mm)
2	60,5	54,7 ÷ 66,4
5	77,5	68,3÷86,6
10	88,7	77,3 ÷ 100,0
20	99,4	85,9 ÷ 112,9
25	102,8	88,7 ÷ 116,9
30	105,6	90,9 ÷ 120,3
50	113,3	97,1 ÷ 129,5
75	119,4	102,0 ÷ 136,8
100	123,7	103,1 ÷ 143,0

Tableau 4.5. Précipitations en mm

Durée(h) / T (an)	0,1	0,25	0,5	1,0	2,0	3,0	6,0	12,0	24,0
5	11,2	21,1	29,0	36,4	44,7	52,7	68,5	77,5	95,2
10	13,4	25,0	33,9	43,6	52,7	59,8	81,5	88,7	109,4
20	15,6	28,7	38,4	50,4	60,3	67,0	94,6	99,4	123,0
50	18,4	33,3	44,0	59,0	70,0	76,5	112,2	113,3	140,7
100	20,6	36,8	48,2	65,5	77,2	83,7	125,8	123,7	153,9

Tableau 4.6. Intensités des précipitations en mm/h

Durée (h).	0,1	0,25	0,5	1,0	2,0	3,0	6,0	12,0	24,0
T=5 ans	112,0	84,4	58,0	36,4	22,4	17,6	11,4	6,5	4,0
T=10 ans	134,0	100,0	67,8	43,6	26,4	19,9	13,6	7,4	4,6
T=20 ans	156,0	114,8	76,8	50,4	30,2	22,3	15,8	8,3	5,1
T=50 ans	184,0	133,2	88,0	59,0	35,0	25,5	18,7	9,4	5,9
T=100 ans	206,0	147,2	96,4	65,5	38,6	27,9	21,0	10,3	6,4

1- Reportez sur le graphique log-log (Fig.4.4), les intensités de pluie pour la fréquence décennale (T=10 ans).
2- Pensez-vous que l'on puisse admettre que la loi de Montana est valide sur les durées de 6 mn à 24h ?
3- Au cas où l'on voudrait découper les temps en deux périodes, quelles périodes proposeriez-vous ?
4- Evaluez les paramètres de la loi de Montana $I_{10}=a_{10}/t^b$ pour les durées de 1 à 24 heures.
5- Pour les durées de 0,1 à 1 heure, on admettra que les intensités varient selon la formule de Talbot :

$$I_{10} = \frac{c_{10}}{d_{10} + t} \qquad (4.2)$$

Evaluez les valeurs des paramètres c_{10} et d_{10}.

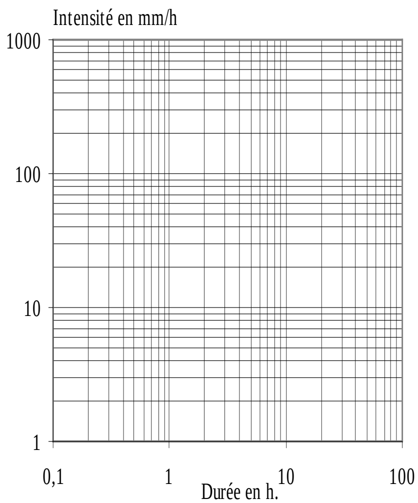

Fig.4.4. Intensités des précipitations décennales

6- Quelle est alors l'intensité instantanée décennale I(0h) à Nice?

7- Quel serait le débit décennal sortant d'une gouttière drainant un pan de toit de 50 m² ?

Un travail analogue a été fait pour toutes les périodes de retour envisagées et le tableau 4.7 et la figure 4.5 en donnent les résultats.

Tableau 4.7. Paramètres des courbes I.D.F.

	Montana (1h-24h)		Talbot (0,1h-1h)			
an	**a**	**b**	**c**	**d**	**I (0h)**	**I(1h)**
T=5	37,1	0,696	48,4	0,330	146,7	36,4
T=10	43,9	0,706	57,2	0,327	174,9	43,1
T=20	50,6	0,714	65,0	0,319	203,6	49,3
T=50	59,0	0,720	74,6	0,311	240,0	56,9
T=100	65,5	0,723	81,6	0,303	269,1	62,6

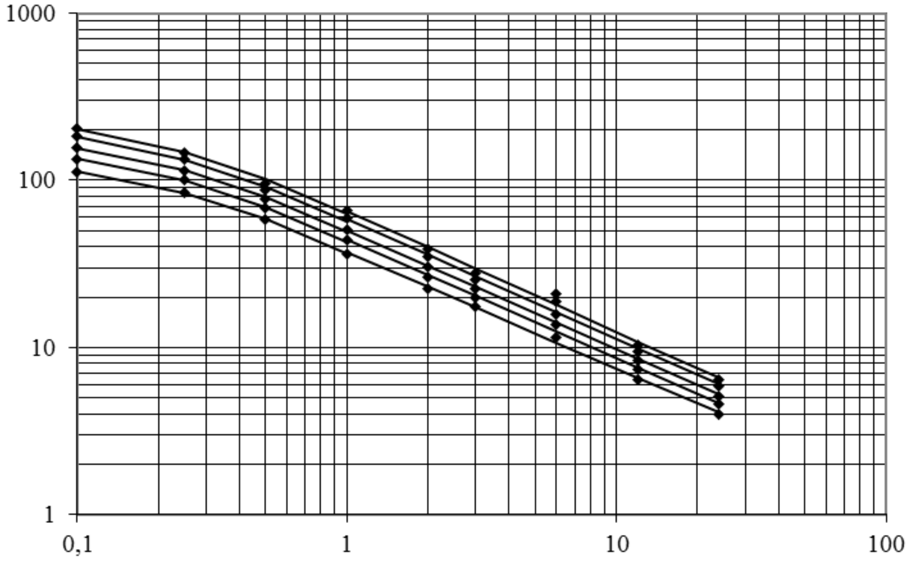

Fig.4.5. Lois de Montana et lois de Talbot calées pour chaque période de retour

8- Reportez sur la figure 4.6, les évolutions de a et I(0h) en fonction de la période de retour. Quelles lois d'évolution retiendriez-vous ?

9- Quels sont les gradex de a et de b ?

10- Comment évolue le rapport entre a et I(0h) ?

11- On constate que le coefficient b de Montana et le coefficient d de Talbot évoluent lentement avec la période de retour. De même le rapport a/I(0h) varie peu avec la période de retour. En supposant que ces paramètres sont sensiblement des constantes par rapport à T, quelles formulations adopter pour rendre compatibles les formules de Montana et Talbot ?

12- Estimez les paramètres de ces nouvelles lois.

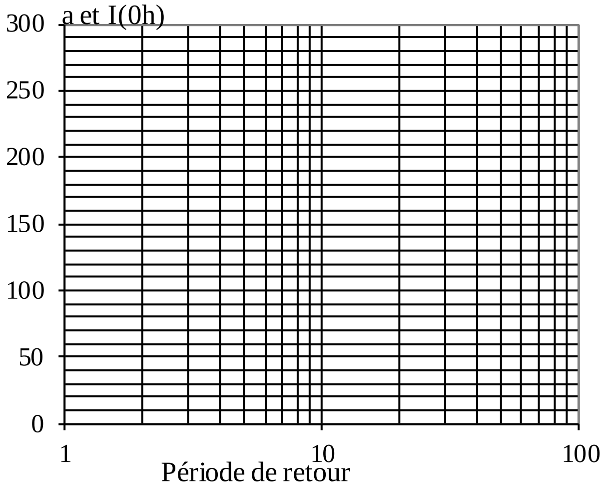

Fig.4.6. Evolution de a et I(0h) avec la période de retour

Corrigé :

2. **Cas de plusieurs averses : Courbes IDF**

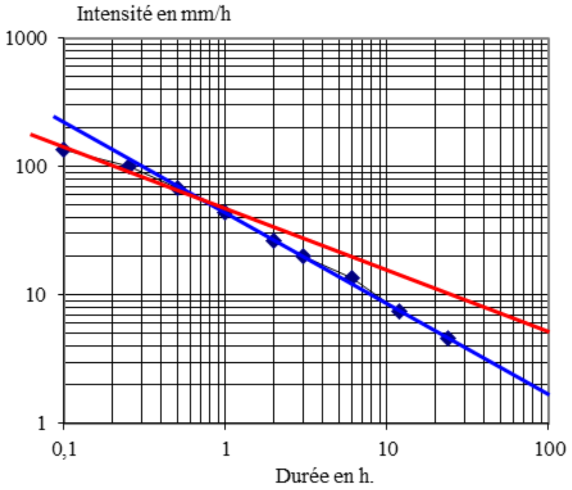

Fig.4.7. Intensités des précipitations décennales

1-2) Le report des intensités décennales dans ce graphique log-log (Fig.4.7) montre que la loi de Montana ne permets pas de rendre compte correctement de l'évolution des intensités avec la durée sur période continue allant de 6 mn à 1h.

3) On constate que de 1h à 24h les points sont sensiblement alignés (les observations pour 6h sont manifestement perturbées par un événement peu banal ou mal mesuré). Eventuellement entre 6 mn et 1h, on pourrait également trouver un alignement, mais cela est discutable.

4) La droite tirée entre les mesures pour 1h et 24h coupe les axes à 220mm/h pour 0.1h et 1.7mm/h pour 100 heures.

On a donc :

Ln(220)=Ln(a)-bLn(0.1)

et

Ln(1.7)=Ln(a)-bLn(100)

D'où l'on tire immédiatement b=0.704 et a=43.5 mm/h

$$I_{10} = \frac{43.5}{t^{0.704}}$$ (Pour 1<t<24h, I_{10} en mm/h et t en h.) (4.3)

Un calcul analogue pourrait être fait pour l'intervalle 0.1 – 1h. La droite tirée entre les mesures pour 1h et 24h coupe les axes à 130mm/h pour 0.1h et 5mm/h pour 100 heures. D'où l'on tire immédiatement b=0.472 et a=43.9 mm/h

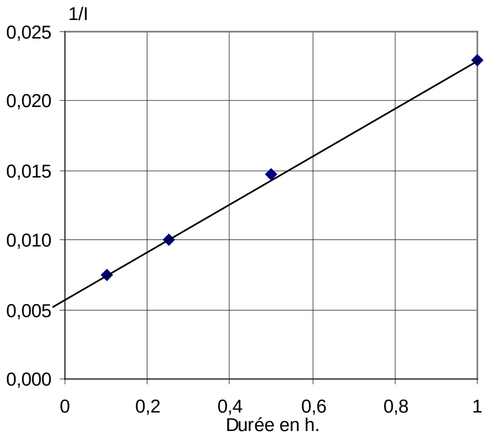

Fig.4.8. Calage de **c** et **d** de Talbot

5) Pour caler les paramètres de la Loi de Talbot, il suffit de remarquer que la durée varie comme 1/I.

Durée en h.	0,1	0,25	0,5	1
1/I	0,007	0,01	0,015	0,023

En reportant ces points dans un graphique (Fig.4.8), on constate qu'ils sont sensiblement alignés et que l'on a 1/I=0.006 pour t=0 et 1/I=0.023 pour t=1.

On a donc : t+d = c * 1/I

d = c * 0.006

1+d = c * 0.023

D'où l'on tire immédiatement c=59 mm/h et d=0.353 h

$$I_{10} = \frac{59}{t + 0.353} \text{ (Pour } 0.1<t<1\text{h, } I_{10} \text{ en mm/h et t en h.)} \qquad (4.4)$$

6) L'intensité instantanée décennale est donc donnée par la formule de Talbot en faisant t=0h. On trouve donc une intensité instantanée décennale : I(0h) $_{10}$ = 59/0.353 = 167 mm/h

7) Le débit instantané décennal sortant d'une toiture de 50m² ruisselant à 100% serait donc de :

$$Q_{10} = \frac{167 \ 10^{-3} * 50}{3600} = 0.0023 m^3/s = 2.3 l/s \qquad (4.5)$$

Le tableau 4.6 que nous donnions dans l'énoncé présentent de légers écarts avec les chiffres que nous venons d'obtenir. En fait nous n'avons pas fait de calage graphique, mais calculer les paramètres soit par régression log-log, soit en minimisant la somme des carrés des écarts relatifs entre intensité mesurée et intensité estimée. Par la suite nous utiliserons donc les résultats du tableau 4.8.

Tableau 4.8. Paramètres des courbes I.D.F.

	Montana (1h-24h)		Talbot (0,1h-1h)			
an	**a**	**b**	**c**	**d**	**I (0h)**	**I(1h)**
T=5	37,1	0,696	48,4	0,330	146,7	36,4
T=10	43,9	0,706	57,2	0,327	174,9	43,1
T=20	50,6	0,714	65,0	0,319	203,6	49,3
T=50	59,0	0,720	74,6	0,311	240,0	56,9
T=100	65,5	0,723	81,6	0,303	269,1	62,6

8) Comme le montre la figure 4.9, on constate que le coefficient a de Montana (intensité en 1h) et l'intensité instantanée (rapport c/d de la formule de Talbot) varient linéairement avec la logarithme de la période de retour.

9) Ceci signifie que ces variables sont distribuées selon des lois exponentielles et que l'on a :
a= 25 + 7.6 Ln(T)
ou encore :

$$F(a)=1-e^{-\frac{a-25}{7.6}} \qquad (4.6)$$

et :
I(0h)=c/d = 75 + 43.4 Ln(T)

ou encore :

$$F(c/d)=1-e^{-\frac{c/d-75}{43.4}} \qquad (4.7)$$

Tableau 4.9. Rapport de I(0h) à **a**.

an	a	I (0h)	I(0h)/a
T=5	37,072	146,67	3,96
T=10	43,939	174,88	3,98
T=20	50,558	203,59	4,03
T=50	59,042	240,04	4,07
T=100	65,452	269,12	4,11

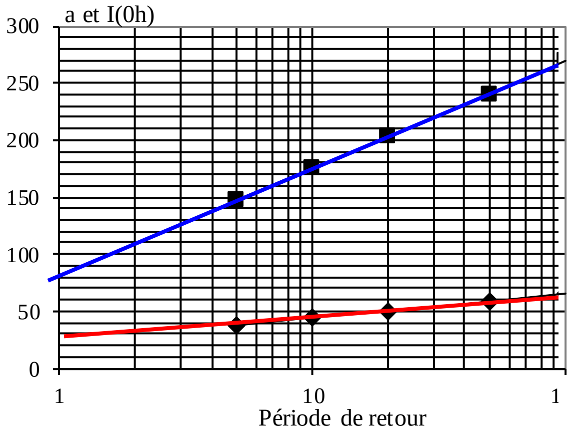

Fig.4.9. Evolution de a et I(0h) avec T

10) Comme le montre le tableau 4.9, le rapport de I(0h) a varié très peu autour d'une valeur moyenne de 4. On peut donc considérer ce rapport comme sensiblement constant.

11) Finalement nous retenons que :

- le paramètre a de Montana varie avec la période de retour sous le forme $a=a_1+gLn(T)$;
- le paramètre b de Montana est sensiblement une constante ;
- le terme d de Talbot est sensiblement une constante ;
- le rapport k=c/ad = I(0h)/a est sensiblement une constante;

Les formules à retenir sont donc :

$$I(t)_T = \frac{a_1 + gLn(T)}{t^b} \quad \text{Pour t>= 1heure} \qquad (4.8)$$

$$I(t)_T = \frac{k * d * (a_1 + gLn(T))}{t + d} \quad \text{Pour t<= 1heure} \qquad (4.9)$$

Pour rendre compte des intensités de pluie pour toutes les périodes de retour de 5 à 100 ans et toutes les durées de 0.1 à 24h, il suffit donc de déterminer au mieux les cinq paramètres suivants : a_1, g, b, d et k. En minimisant la somme des carrés des écarts on obtient les expressions suivantes :

a= 23.7, g=8.9, b=0.71, d=0.32 et k=4.0

d'où,

$$I(t)_T = \frac{23.7 + 8.9\,Ln(T)}{t^{0.71}} \quad \text{Pour t>= 1heure} \qquad (4.10)$$

$$I(t)_T = \frac{30.3 + 11.4Ln(T))}{t + 0.32} \quad \text{Pour t<= 1heure} \qquad (4.11)$$

La figure 4.10 présente l'ensemble de ces résultats.

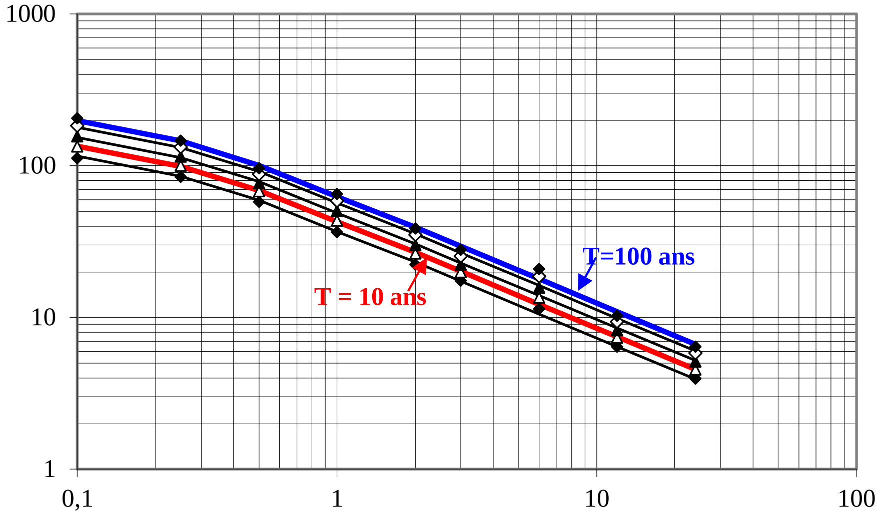

Fig.4.10. Courbes intensité durée fréquence à Nice – Aéroport
(Période de retour de 5, 10,20, 50 et 100 ans en partant du bas)

Toutes les erreurs relatives restent inférieures à ± 5% (à l'exception de la durée de 6h où l'échantillon observé devait comporter une valeur anormale).

Cette façon de procéder en traitant l'ensemble des durées et des fréquences est généralement préférable car elle assure la concordance entre les lois de Talbot et de Montana, et assure la cohérence au niveau des différentes périodes de retour et durées. On remarquera que dans l'étude de Météo-France, l'ajustement statistique sur une durée est indépendant des autres durées. Cela peut conduire à des absurdités puisque la pluie centennale en 6h (125.8mm) y était plus forte que celle en 12h (123.7mm) !

&&&&&